Units and Reality

Helmut Söllinger

Vienna/Austria, April 2020

Abstract.

By this paper the author shows, that the transformation of the fundamental physical constants c, G, h, e und k_c into systems of units, which differ fundamentally from the International System of Units (SI), is a powerful tool to free the numeric values of the constants from their arbitrariness, caused by the historical choice of units. The arbitrariness of units means not at all the careful definition, harmonisation and calibration of units by the international metrological community but the arbitrary scaling of the size of units in the physical sense.

By transferring the fundamental physical constants into systems of units, with extraordinary scales (e.g. Planck scale) or natural scales like the Proton´s dimensions or the value of the Hubble constant one can show the true character of the fundamental physical constants. Such transformations uncover correlations - being searched for a long time – between the important dimensionless constants, such as $137{,}036 = \frac{2\epsilon_0 ch}{e^2}$, $1836{,}15 = \frac{m_p}{m_e}$ or $2{,}2717 * 10^{39} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 G\, m_p\, m_e}$ on the one hand and the constants with dimensions on the other hand.

The author could discover amongst others the following examples of fascinating numeric correlations:

$$|c| \approx \frac{(2\pi/\alpha)^4}{m_p/m_e} \;,\; m_p{}^3 \approx \frac{Hh^2}{cG} * (1836{,}15)^{3/5},\; |G| \approx \frac{2\pi/\alpha}{(m_p/m_e)^4} \;,\; \left|\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right| \approx \frac{(m_p/m_e)^5}{(2\pi/\alpha)^{15}} .$$

All in all the paper describes a lot of (numeric) correlations, which could help to find new physical understanding. Apart from that promising fact, the interconnections between the various systems of units and the underlying principles are very revealing, because one should know the effects of changing the physical scales.

An English version of this paper will be provided.

$$m_p/m_e = 1836{,}15 \approx 2\pi/\alpha$$

Untersuchung:

Der Zahlenwert der Naturkonstanten ist abhängig von den für die physikalischen Basisgrößen gewählten Einheiten. Indem wir die SI-Einheiten Meter, Sekunde und Kilogramm zum Messen der Länge, der Zeit und der Masse verwenden, ergeben sich die bekannten Zahlenwerte für die Lichtgeschwindigkeit c von $2{,}99792 * 10^{8}$ m/s, für die Gravitationskonstante G von $6{,}6743 * 10^{-11}$ m^3/kgs^2 und für das Plancksche Wirkungsquantum h von $6{,}62607 * 10^{-34}$ kgm^2/s.

So gesehen sind die Zahlenwerte der Naturkonstanten mit den willkürlich gewählten Einheiten verknüpft und mit einer gewissen Willkür ausgestattet. Dies bedeutet allerdings nicht, dass ihre Werte nicht doch wertvolle Informationen über die Beschaffenheit und Funktion der Natur enthalten. Es hat sich in der Vergangenheit immer wieder gezeigt, dass die Zahlenwerte der Naturkonstanten auf interessante und vorher nicht bekannte Weise zusammenhängen können.

Beispielsweise ergibt sich die Lichtgeschwindigkeit c auf folgende Weise aus der elektrischen Feldkonstanten ϵ_0 und der magnetischen Feldkostanten μ_0:

$$c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}$$

Unter anderem wurde durch die Entdeckung dieses Zusammenhanges das Fundament für die Physik des Elektromagnetismus geschaffen, welche die Grundlage für weite Bereiche der modernen Technik ist.

Es stellt sich also die Frage, wie weit die Zahlenwerte der Naturkonstanten von der durch die Wahl der Maßstabseinheiten verursachten Willkür befreit werden können und ob dadurch weitere wertvolle Zusammenhänge zwischen den Naturkonstanten aufgedeckt werden können? Um dieser Frage nachzugehen, erscheint es sinnvoll das Verhalten der Naturkonstanten bei einem Wechsel der Basiseinheiten zu studieren und mögliche Gesetzmäßigkeiten dabei zu entschlüsseln. Einen ersten Schritt in diese Richtung kann der häufig von Physikern vollzogene Wechsel in das sogenannte Plancksche Einheitensystem darstellen.

Wie allgemein bekannt ist, können mit c, G und h die sogenannten Planckeinheiten für die Länge, die Zeit und die Masse gebildet werden:

das Quadrat der Plancklänge $l_{pl}{}^2 = \frac{Gh}{c^3}$

das Quadrat der Planckzeit $t_{pl}{}^2 = \frac{Gh}{c^5}$

das Quadrat der Planckmasse $m_{pl}{}^2 = \frac{ch}{G}$

Für die Planckeinheiten ergeben sich dann folgende Werte: $l_{pl} = 4{,}05 * 10^{-35}$ m, $t_{pl} = 1{,}35 * 10^{-43}$ s, $m_{pl} = 5{,}46 * 10^{-8}$ kg. Umgekehrt dargestellt, ergeben sich für das Meter, die Sekunde und das Kilogramm in Planckeinheiten folgende Werte: $1m = 2{,}47 * 10^{34}\ l_{pl}$, $1s = 7{,}40 * 10^{42}\ t_{pl}$, $1kg = 1{,}83 * 10^{7}\ m_{pl}$.

Transferiert man die Konstanten c, G und h ins Plancksche Einheitensystem so werden die Zahlenwerte dieser Konstanten alle 1. D.h. c_{pl} = 1 l_{pl}/t_{pl}, G_{pl} = 1 $l_{pl}^3/m_{pl}t_{pl}^2$ h_{pl} = 1 $m_{pl}l_{pl}^2/t_{pl}$. Dies ist schon einmal eine bemerkenswerte Tatsache, aber ist noch mehr desgleichen möglich?

Um dies zu untersuchen, erscheint es zweckmäßig die elektromagnetischen Konstanten in die Überlegungen einzubeziehen. Dazu eignen sich die Elementarladung e von $1{,}60218*10^{-19}$ As und die Coulomb-Konstante $k_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ von $8{,}98755 * 10^9 \frac{kgm^3}{A^2s^4}$. Das Produkt von e^2 und k_c, also $e^2k_c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$ steht für die elektromagnetische Kraft und hat den Wert von $2{,}30708 * 10^{-28} \frac{kgm^3}{s^2}$.

Im Planckschen Einheitensystem entspricht

$$1\frac{kgm^3}{s^2} = \frac{1{,}833*10^7*(2{,}468*10^{34})^3}{(7{,}400*10^{42})^2}\frac{m_{pl}*l_{pl}{}^3}{t_{pl}{}^2} = 5{,}0341 * 10^{24}\ \frac{m_{pl}*l_{pl}{}^3}{t_{pl}{}^2}\text{ , also wird}$$

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 2{,}30708 * 10^{-28} * 5{,}0341 * 10^{24}\frac{m_{pl}*l_{pl}{}^3}{t_{pl}{}^2} = 1{,}1614 * 10^{-3}\ \frac{m_{pl}*l_{pl}{}^3}{t_{pl}{}^2}\ .$$

Da $e^2k_c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$ das Produkt von e^2 und k_c ist, hat man nun die Freiheit durch geeignete Wahl der Einheiten entweder e=1 oder k_c=1 zu setzen. Bei e=1 wird k_c = $1{,}1614*10^{-3}$ und umgekehrt wird e=$1{,}1614*10^{-3}$ bei k_c=1. Man sieht also, dass im Planckschen Einheitensystem mindestens eine elektromagnetische Konstante ungleich 1 sein muss. Bemerkenswert ist, dass $1{,}1614*10^{-3}$ gleich α/2Π, also 1/(2Π*137,036) oder $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 ch}$ ist. α/2Π hat also im SI-System wie auch im Planck-System denselben Wert von $1{,}1614*10^{-3}$. Dies muss aber so sein, weil α/2Π eine dimensionslose Größe ist und deshalb von der Wahl des Einheitensystems unabhängig sein soll.

Durch den Wechsel in das Plancksystem gelingt es also, den Wert der Feinstrukturkonstanten α aus den elektromagnetischen Konstanten zu „destillieren". Dies erklärt zwar nicht, warum α den Wert von 1/137,036 hat, aber es wird gezeigt wie α mit den Naturkonstanten zusammenhängt.

Das Plancksystem ist aber nicht das einzige Einheitensystem, das mit Hilfe der Naturkonstanten definiert werden kann. Mit der Elementarladung e, der Coulomb-Konstanten k_c sowie den Konstanten c, G und h können weitere Einheitensysteme entwickelt werden, die auf ganzzahligen Potenzen der Naturkonstanten aufbauen. Dazu ist mit Dimensionsanalysen zu untersuchen wie die SI-Einheiten Meter, Sekunde und Kilogramm mit den Naturkonstanten noch ersetzt werden können. Das Ergebnis, das hier dargestellt ist, gibt einen kleinen Ausschnitt aus den prinzipiell unendlichen vielen Möglichkeiten. In der ersten Zeile werden Möglichkeiten für das Quadrat der Längeneinheit, in der zweiten Zeile Quadrate für mögliche Zeiteinheiten und in der dritten Zeile Quadrate für mögliche Masseeinheiten aufgelistet:

$$(1)\ l_x{}^2 = \frac{Ge^2}{c^4 4\pi\epsilon_0},\quad \mathbf{\frac{Gh}{c^3}},\quad \frac{Gh^2 4\pi\epsilon_0}{c^2\ e^2},\quad \frac{Gh^3(4\pi\epsilon_0)^2}{c\ e^4},\quad \frac{Gh^4(4\pi\epsilon_0)^3}{e^6},\quad \frac{Gh^5 c(4\pi\epsilon_0)^4}{e^8}$$

$$(2)\ t_y{}^2 = \frac{Ge^2}{c^6 4\pi\epsilon_0},\quad \frac{\mathbf{Gh}}{\mathbf{c^5}},\quad \frac{Gh^2 4\pi\epsilon_0}{c^4\, e^2},\quad \frac{Gh^3(4\pi\epsilon_0)^2}{c^3\, e^4},\quad \frac{Gh^4(4\pi\epsilon_0)^3}{c^2 e^6},\quad \frac{Gh^5(4\pi\epsilon_0)^4}{ce^8}$$

$$(3)\ m_z{}^2 = \frac{e^2}{G\, 4\pi\epsilon_0},\quad \frac{\mathbf{ch}}{\mathbf{G}},\quad \frac{c^2h^2 4\pi\epsilon_0}{G\, e^2},\quad \frac{c^3h^3(4\pi\epsilon_0)^2}{G\, e^4},\quad \frac{c^4h^4(4\pi\epsilon_0)^3}{G\, e^6},\quad \frac{c^5h^5(4\pi\epsilon_0)^4}{G\, e^8}$$

Die fett markierten Möglichkeiten in jeder Zeile stellen die Planckeinheiten dar. Das Plancksystem ist dabei das einzige bei dem keine elektromagnetischen Konstanten vorkommen. Außerdem ist bemerkenswert, dass sich jeweils zwei benachbarten Elementen um den Faktor 2Π/α voneinander unterscheiden. Berücksichtigt man, dass die Terme oben immer das Quadrat einer Längeneinheit, einer Zeiteinheit oder einer Masseeinheit darstellen, so ergeben sich zwischen zwei benachbarten l_x, t_y oder m_z Faktoren von $\sqrt{2\pi/\alpha}$ = 29,343.

Gibt es in der Reihe der oben dargestellten Einheitensysteme neben dem Plancksystem weitere Einheitensysteme, bei denen möglichst viele Naturkonstanten den Wert 1 annehmen?

Ein weiteres Einheitensystem bei dem bis auf eine der 5 betrachteten Naturkonstanten alle den Wert 1 annehmen ist folgendes: $l_x{}^2 = \frac{Gh^4(4\pi\epsilon_0)^3}{e^6}$, $t_y{}^2 = \frac{Gh^6(4\pi\epsilon_0)^5}{e^{10}}$ und $m_z{}^2 = \frac{e^2}{G\,4\pi\epsilon_0}$ mit $l_x = 1{,}0235 \cdot 10^{-30}$ m, $t_y = 2{,}9397 \cdot 10^{-36}$ s, $m_z = 1{,}8593 \cdot 10^{-9}$ kg.

Auffällig an diesem System ist, dass c bei der Definition von l_x, t_y und m_z nicht vorkommt. In diesem System nimmt c den Wert 2Π/α = 861,02 an. G, h und $e^2k_c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$ nehmen jeweils den Wert 1 an, weshalb auch e und k_c durch passende Einheitenwahl auf 1 gesetzt werden können. Offensichtlich können alle Naturkostanten, die zur Definition dieses Einheitensystems verwendet werden den Wert 1 annehmen. Das Plancksystem definiert sich ohne elektromagnetische Konstanten und die elektromagnetischen Konstanten können nicht alle den Wert 1 annehmen.

Ein Einheitensystem definiert ohne h, sollte demnach dazu führen, dass nur h nicht den Wert 1 annehmen kann und das ist wirklich der Fall:

$l_x{}^2 = \frac{Ge^2}{c^4 4\pi\epsilon_0}$, $t_y{}^2 = \frac{Ge^2}{c^6 4\pi\epsilon_0}$ und $m_z{}^2 = \frac{e^2}{G\,4\pi\epsilon_0}$

mit $l_x = 1{,}3806 \cdot 10^{-36}$ m, $t_y = 4{,}6053 \cdot 10^{-45}$ s und $m_z = 1{,}8593 \cdot 10^{-9}$ kg.

In diesem System nimmt h den Wert 2Π/α = 861,02 an. c, h und $e^2k_c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$ nehmen jeweils den Wert 1 an, weshalb auch e und k_c durch passende Einheitenwahl auf 1 gesetzt werden können.

Wie Dimensionsanalysen zeigen, kann ein Einheitensystem ohne G nicht definiert werden, denn mit c, h und $e^2k_c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$ kann nur eine dimensionslose Zahl wie 2Π/α = $\frac{e^2}{4\pi ch\epsilon_0}$ = 861,02 aber kein l_x, t_y oder m_z gebildet werden. Trotzdem gibt es ein Einheitensystem in dem G den Wert 2Π/α = 861,02 sowie c und h den Wert 1 annehmen: $l_x{}^2 = \frac{Ge^2}{c^4 4\pi\epsilon_0}$, $t_y{}^2 = \frac{Ge^2}{c^6 4\pi\epsilon_0}$ und $m_z{}^2 = \frac{c^2h^2 4\pi\epsilon_0}{G\, e^2}$ mit $l_x = 1{,}3806 \cdot 10^{-36}$ m, t_y =

$4{,}6053*10^{-45}$ s und m_z = $1{,}6009*10^{-6}$ kg. Allerdings kann in diesem System $e^2k_c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$ ebenfalls nicht den Wert 1 annehmen und beträgt dann $1{,}1614*10^{-3}$. Da $e^2k_c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$ das Produkt von e^2 und k_c ist, hat man nun die Freiheit durch geeignete Wahl der Einheiten entweder e=1 oder k_c=1 zu setzen. Bei e=1 wird k_c = $1{,}1614*10^{-3}$ und umgekehrt wird e=$1{,}1614*10^{-3}$ bei k_c=1.

Grundlagen für ein Variationstool:

Um verschiedene Einheitensysteme, die auf ganzzahligen Potenzen der hier verwendeten Naturkonstanten beruhen, testen zu können, habe ich mir ein elektronisches Variationstool erstellt. Dieses basiert auf der Tatsache, dass benachbarte l_x, t_y oder m_z sich jeweils um einen Faktor a = $\sqrt{2\pi/\alpha}$ = 29,343 unterscheiden (siehe oben).

l_x, t_y oder m_z seien also folgendermaßen über die Planckeinheiten l_{pl}, t_{pl} und m_{pl} definiert: $l_x = l_{pl} * a^x$, $t_y = t_{pl} * a^y$ und $m_z = m_{pl} * a^z$

umgekehrt gilt: $l_{pl} = l_x * a^{-x}$, $t_{pl} = t_y * a^{-y}$ und $m_{pl} = m_z * a^{-z}$

für die Lichtgeschwindigkeit im Sytem$_{x,y,z}$ gilt dann: $c_{x,y,z} = c_{pl} * a^{y-x} = 1 * a^{y-x}$ denn $c = c_{pl}\frac{l_{pl}}{t_{pl}} = 1\frac{l_{pl}}{t_{pl}} = \frac{l_x*a^{-x}}{t_y*a^{-y}} = a^{y-x}\frac{l_x}{t_y}$. Solange x=y behält die Lichtgeschwindigkeit den Wert c_{pl} = 1. Bei x=23,4359 und y=29,2123 ergibt sich der bekannte Wert der Lichtgeschwindigkeit von $2{,}99 * 10^8 = 29{,}343^{29{,}2123-23{,}4359}$, denn $1\mathrm{m} = 29{,}343^{23{,}4359} l_{pl} = 2{,}47 * 10^{34} l_{pl}$ und $1\mathrm{s} = 29{,}343^{29{,}2123} t_{pl} = 7{,}40 * 10^{42} t_{pl}$.

Wenn man das Verhältnis von Protonen- zu Elektronenmasse m_p/m_e = 1836,15 als Potenz von 2Π/α = 861,02 darstellt, so ergibt sich die Gleichung $1836{,}15 \approx (2\pi/\alpha)^{1{,}112} \approx 861{,}023^{1{,}112}$. Da 2,888 = 4-1,112 ist, kann das Verhältnis für den Wert der Lichtgeschwindigkeit im SI-System zum Wert im Planck-System folgendermaßen dargestellt werden $c/c_{pl} = 2{,}99 * 10^8 = 29{,}343^{29{,}2123-23{,}4359} = 29{,}343^{5{,}7764} = 29{,}343^{2*2{,}888} = 861{,}023^{2{,}888} = \frac{861{,}023^4}{861{,}023^{1{,}112}} \approx \frac{861{,}023^4}{1836{,}15} = \frac{(2\pi/\alpha)^4}{m_p/m_e}$.

Für den Wert der Lichtgeschwindigkeit c im SI-System ergibt sich also der interessante Zusammenhang $\mathbf{c/c_{pl}} \approx \frac{(2\pi/\alpha)^4}{m_p/m_e}$ wobei $\mathbf{c_{pl}}$ = 1 gilt. Wenn man überlegt, was das bedeuten kann, ist unter anderem zu ergründen wofür 2Π/α in diesem Zusammenhang stehen könnte. Eine mögliche Interpretation wäre die folgende: Die Gravitationskraft zwischen zwei Planckmassen (m_{pl}^2 = ch/G) im Abstand r, $F_{pl} = \frac{ch}{r^2}$. Die elektromagnetische Kraft zwischen zwei Elementarladungen im Abstand r, $F_e = \frac{e^2}{r^2 4\pi\epsilon_0}$. Das Verhältnis dieser beiden Kräfte $F_{pl}/F_e = \frac{4\pi\epsilon_0 ch}{e^2} = \frac{2\pi}{\alpha}$. Demnach könnte obiger Zusammenhang beispielsweise umgeformt werden in $\mathbf{c/c_{pl}} \approx \frac{(F_{pl}/F_e)^4}{m_p/m_e}$.

Als nächstes wollen wir betrachten wie sich die Gravitationskonstante verhält im Einheitensystem mit $l_x = l_{pl} * a^x$, $t_y = t_{pl} * a^y$ und $m_z = m_{pl} * a^z$ sowie $l_{pl} = l_x * a^{-x}$,

$t_{pl} = t_y * a^{-y}$ und $m_{pl} = m_z * a^{-z}$. Für die Gravitationskonstante im Sytem$_{x,y,z}$ gilt dann: $G_{x,y,z} = G_{pl} * a^{2y+z-3x} = 1 * a^{2y+z-3x}$ denn $G = G_{pl} \frac{{l_{pl}}^3}{m_{pl}*{t_{pl}}^2} = 1 \frac{{l_{pl}}^3}{m_{pl}*{t_{pl}}^2} = \frac{{l_x}^3 * a^{-3x}}{m_z * a^{-z} * {t_y}^2 * a^{-2y}} = a^{2y+z-3x} * \frac{{l_x}^3}{m_z * {t_y}^2}$.

Solange x=y=z behält die Gravitationskonstante den Wert G_{pl} = 1. Bei x=23,4359, y=29,2123 und z= 4,9493 ergibt sich der bekannte Wert der Gravitationskonstanten von $6{,}674 * 10^{-11} = 29{,}343^{2*29{,}2123+4{,}9493-3*23{,}4359}$, denn $1\text{m} = 29{,}343^{23{,}4359} l_{pl} = 2{,}47 * 10^{34} l_{pl}$, $1\text{s} = 29{,}343^{29{,}2123} t_{pl} = 7{,}40 * 10^{42} t_{pl}$ und $1\text{kg} = 29{,}343^{4{,}9493} m_{pl} = 1{,}83 * 10^7 m_{pl}$.

Ebenso wollen wir betrachten wie sich das Plancksche Wirkungsquantum verhält im Einheitensystem mit $l_x = l_{pl} * a^x$, $t_y = t_{pl} * a^y$ und $m_z = m_{pl} * a^z$ sowie $l_{pl} = l_x * a^{-x}$, $t_{pl} = t_y * a^{-y}$ und $m_{pl} = m_z * a^{-z}$. Für das Plancksche Wirkungsquantum im Sytem$_{x,y,z}$ gilt dann: $h_{x,y,z} = h_{pl} * a^{y-2x-z} = 1 * a^{y-2x-z}$ denn

$$h = h_{pl} \frac{m_{pl}*{l_{pl}}^2}{t_{pl}} = 1 \frac{m_{pl}*{l_{pl}}^2}{t_{pl}} = \frac{m_z * a^{-z} * {l_x}^2 * a^{-2x}}{t_y * a^{-y}} = a^{y-2x-z} * \frac{m_z * {l_x}^2}{t_y} .$$

Solange x=y=-z behält das Plancksche Wirkungsquantum den Wert h_{pl} = 1. Bei x=23,4359, y=29,2123 und z= 4,9493 ergibt sich der bekannte Wert des Plancksche Wirkungsquantums von $6{,}626 * 10^{-34} = 29{,}343^{29{,}2123-2*23{,}4359-4{,}9493}$, denn $1\text{m} = 29{,}343^{23{,}4359} l_{pl} = 2{,}47 * 10^{34} l_{pl}$, $1\text{s} = 29{,}343^{29{,}2123} t_{pl} = 7{,}40 * 10^{42} t_{pl}$ und $1\text{kg} = 29{,}343^{4{,}9493} l_{pl} = 1{,}83 * 10^7 m_{pl}$.

Einheitensysteme und deren Auswirkung auf Naturkonstanten:

Wie oben gezeigt, gibt es für die Naturkonstanten c, G und h folgende Möglichkeit der Darstellung mit a= $\sqrt{2\pi/\alpha}$ = 29,343 sowie $l_x = l_{pl} * a^x$, $t_y = t_{pl} * a^y$ und $m_z = m_{pl} * a^z$:

$$c_{x,y,z} = c_{pl} * a^{y-x}$$

$$G_{x,y,z} = G_{pl} * a^{2y+z-3x}$$

$$h_{x,y,z} = h_{pl} * a^{y-2x-z}$$

Wobei c_{pl}, G_{pl} und h_{pl} jeweils den Wert 1 haben.

Setzt man für x=3k, für y=5k und z=-k in die Gleichungen für c, G und h ein, wobei k eine beliebige reelle Zahl sein kann, so zeigt sich, dass G und h weiterhin den Wert 1 behalten. Nur der Wert für c ändert sich in Abhängigkeit von k. Welches Ergebnis sich ergibt, wenn k=1 gesetzt wird, haben wir bereits oben betrachtet:

${l_x}^2 = \frac{Gh^4(4\pi\epsilon_0)^3}{e^6}$, ${t_y}^2 = \frac{Gh^6(4\pi\epsilon_0)^5}{e^{10}}$ und ${m_z}^2 = \frac{e^2}{G\, 4\pi\epsilon_0}$ mit l_x = 1,0235*10^{-30} m, t_y = 2,9397*10^{-36} s, m_z = 1,8593*10^{-9} kg. In diesem System nimmt c den Wert 2Π/α = 861,02 an. G, h und $e^2 k_c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$ nehmen jeweils den Wert 1 an.

Setzt man x=y=z in die Gleichungen für c, G und h ein, so zeigt sich, dass c und G weiterhin den Wert 1 behalten. Nur der Wert für h ändert sich in Abhängigkeit von x, y bzw. z. Dasselbe ist der Fall, wenn man eine Masse $m_z = m_{pl} * a^z$, ihren (halben) Schwarzschildradius $R_{sch} = \frac{Gm_z}{c^2}$ und die Zeit $t_y = \frac{R_{sch}}{c}$ als Maßeinheiten nimmt. Aus $\frac{{R_{sch}}^2}{{l_{pl}}^2} = \frac{G^2 {m_z}^2 c^3}{c^4 Gh} = \frac{G{m_{pl}}^2 * a^{2z}}{ch} = a^{2z}$ folgt $R_{sch} = l_x = l_{pl} * a^z$. Weiters ist $t_y = \frac{R_{sch}}{c} = \frac{l_{pl} * a^z}{c} = t_{pl} * a^z$. Somit haben l_x, t_y und m_z alle denselben Exponenten für a was der Bedingung x=y=z entspricht. Nimmt man also Schwarze Löcher als Maßsystem, so wird h umso kleiner je größer der Maßstab „Schwarzes Loch" ist. c und G behalten den Wert 1 unabhängig von der Größe des Schwarzen Lochs.

Setzt man x=y=-z in die Gleichungen für c, G und h ein, so zeigt sich, dass c und h weiterhin den Wert 1 behalten. Nur der Wert für G ändert sich in Abhängigkeit von x, y bzw. z. Dasselbe ist der Fall, wenn man eine Masse $m_z = m_{pl} * a^z$, ihre Comptonwellenlänge $\lambda = \frac{h}{c\, m_z}$ und die Zeit $t_y = \frac{\lambda}{c}$ als Maßeinheiten nimmt. Aus $\lambda^2 = \frac{h^2}{c^2 {m_z}^2} = \frac{h^2}{c^2 {m_{pl}}^2 * a^{2z}} = \frac{Gh^2}{c^2 ch * a^{2z}} = \frac{Gh}{c^3 * a^{2z}} = {l_{pl}}^2 * a^{-2z}$ folgt $\lambda = l_x = l_{pl} * a^{-z}$. Weiters ist $t_y = \frac{\lambda}{c} = \frac{l_{pl} * a^{-z}}{c} = t_{pl} * a^{-z}$. Somit haben l_x, t_y den Exponenten –z und m_z hat den Exponenten z für a was der Bedingung x=y=-z entspricht. Nimmt man also Comptonwellen als Maßsystem, so wird G umso kleiner je größer der Maßstab „Comptonwellenlänge" ist. c und h behalten den Wert 1 unabhängig von der Größe der Comptonwelle.

Durch geeignete Wahl des Einheitensystems lässt sich also studieren, wie sich die Änderung einer oder mehrerer Grundeinheit(en) auf die Werte der Naturkonstanten auswirkt und welche Einheitensysteme sich durch ganz besondere Eigenschaften auszeichnen.

Im Lichte des bisher untersuchten erscheinen die üblicherweise verwendeten SI-Einheiten relativ willkürlich, aber sind sie das wirklich? Ein Meter ist von derselben Größenskala wie unsere Körperabmessungen und eben nicht eine Zehnerpotenz kleiner oder größer. Eine Sekunde dauert in etwa solange wie ein Herzschlag oder eine gemächliche Bewegung unserer Gliedmaßen und nicht eine Zehnerpotenz kürzer oder länger. Ein Kilogramm können wir im Rahmen einer üppigen Mahlzeit durch Speis und Trank zu uns nehmen oder in einer mittelmäßigen Sporteinheit ausschwitzen, nicht aber eine Zehnerpotenz mehr. Eine Zehnerpotenz weniger entspräche einem sehr kargen Mahl oder einer kurzen Bewegungseinheit ohne Ausdauereffekt. Insofern entsprechen die gewohnten SI-Einheiten Meter, Sekunde und Kilogramm unseren alltäglichen Maßstäben. Sie bescheren uns aber die sehr „uneleganten" Werte für die Naturkonstanten von $2{,}99792*10^8$ m/s für die Lichtgeschwindigkeit bis $6{,}62607*10^{-34}$ kgm^2/s für das Plancksche Wirkungsquantum.

Deshalb ist es hilfreich zu schauen, wie die Werte der Naturkonstanten an anderen Maßstäben gemessen aussehen. Misst man die Naturkonstanten am

Maßstab Proton (Protonenmasse, Comptonwellenlänge des Protons, Zeitmaßstab = Comptonwellenlänge des Protons/Lichtgeschwindigkeit), also l_x = h/cm$_z$ = 1,3228*10^{-15} m, t_y = l_x/c = 4,4123*10^{-24} s, m_z = 1,6709*10^{-27} kg und 1m = 1/l_x = 7,5599*10^{14} l_x, 1s = 1/t_y =2,2664*10^{23} t_y, 1kg = 1/m_z =5,9848*10^{26} m_z so ergibt sich für die Gravitationskonstante der Wert

$$G_p = G * 1\frac{m^3}{kg*s^2} = 6{,}6738 * 10^{-11} * \frac{(7{,}5599*10^{14})^3}{5{,}9848*10^{26}*(2{,}2664*10^{23})^2} = 9{,}3799 * 10^{-40}\ \frac{l_x{}^3}{m_z*t_{yl}{}^2}\ .$$

Für die Lichtgeschwindigkeit der Wert 1: $c_p = c * 1\frac{m}{s} = 2{,}9979 * 10^8 * \frac{7{,}5599*10^{14}}{2{,}2664*10^{23}} = 1\ \frac{l_x}{t_y}$

Und für das Plancksche Wirkungsquantum wie erwartet ebenfalls der Wert 1:

$$h_p = h * 1\frac{kg*m^2}{s} = 6{,}6261 * 10^{-34} * \frac{5{,}9848*10^{26}*(7{,}5599*10^{14})^2}{2{,}2664*10^{23}} = 1\frac{m_z l_x{}^2}{t_y}$$

Wenn man das Verhältnis von Protonen- zu Elektronenmasse m_p/m_e = 1836,15 durch 2Π/α = 861,02 dividiert, so ergibt sich 2,13. Ebenfalls 2,13 ergibt sich, wenn man das Verhältnis von elektromagnetischer Kraft zu Gravitationskraft mit dem Verhältnis der Gravitationskonstante im Protonenmaßstab zu jener im Plancksystem multipliziert.

$$\frac{F_e}{F_g} * \frac{G_p}{G_{pl}} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 G m_p m_e} * \frac{G_p}{G_{pl}} = 2{,}2712 * 10^{39} * 9{,}3799 * 10^{-40} = 2{,}13$$

Demnach ist $\frac{m_p}{m_e} = 1836{,}15 \approx \frac{2\pi}{\alpha} * \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 G m_p m_e} * \frac{G_p}{G_{pl}} = \frac{4\pi\epsilon_0 ch}{e^2} * \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 G m_p m_e} * \frac{G_p}{G_{pl}} = \frac{ch}{G m_p m_e} * \frac{G_p}{G_{pl}}$ wobei G_{pl} = 1.

Das Resultat $\boldsymbol{\frac{m_p}{m_e} = 1836{,}15 \approx \frac{ch}{G m_p m_e} * \frac{G_p}{G_{pl}}}$ ist ein bemerkenswerter Zusammenhang, in dem der Term $\boldsymbol{\frac{ch}{G m_p m_e}}$ dem Verhältnis der Gravitationskraft zwischen zwei Planckmassen zur Gravitationskraft zwischen Proton und Elektron entspricht. Etwas umgeformt wird die Formel zu $\boldsymbol{\frac{G m_p{}^2}{ch} \approx \frac{G_p}{G_{pl}}}$ wobei der Term $\frac{G m_p{}^2}{ch}$ dem Quadrat der Protonenmasse dividiert durch das Quadrat der Planckmasse entspricht.

Misst man die Naturkonstanten an einem Schwarzen Loch mit dem Radius entsprechend der Comptonwellenlänge des Protons (Längenmaßstab = Comptonwellenlänge des Protons, Zeitmaßstab = Comptonwellenlänge des Protons/Lichtgeschwindigkeit, Masse des Schwarzen Lochs mit Radius Comptonwellenlänge), also l_x = h/cm$_p$ = 1,3228*10^{-15} m, t_y = l_x/c = 4,4123*10^{-24} s, m_z = rc^2/G = ch/Gm$_p$ = 1,7814*10^{12} kg und 1m = 1/l_x = 7,5599*10^{14} l_x, 1s = 1/t_y =2,2664*10^{23} t_y, 1kg = 1/m_z =5,6137*10^{-13} m_z so ergibt sich für das Plancksche Wirkungsquantum der Wert

$$h_{ps} = h * 1\frac{kg*m^2}{s} = 6{,}6261 * 10^{-34} * \frac{5{,}6137*10^{-13}*(7{,}5599*10^{14})^2}{2{,}2664*10^{23}} = 9{,}3799 * 10^{-40}\frac{m_z l_x{}^2}{t_y}\ .$$

Für die Lichtgeschwindigkeit der Wert 1: $c_{ps} = c * 1\frac{m}{s} = 2,9979 * 10^8 * \frac{7,5599*10^{14}}{2,2664*10^{23}} = 1\ \frac{l_x}{t_y}$

Und für die Gravitationskonstante gemäß obiger Ausführung ebenfalls der Wert 1: $G_{ps} = G * 1\frac{m^3}{kg*s^2} = 6,6738 * 10^{-11} * \frac{(7,5599*10^{14})^3}{5,6137*10^{-13}*(2,2664*10^{23})^2} = 1\ \frac{{l_x}^3}{m_z*{t_{yl}}^2}$.

Die Protonenmasse und die Masse eines Schwarzen Loches von Protonengröße sind als Maßstäbe also symmetrisch bezüglich G und h:

$|G_p| = |h_{ps}| = 9,3799*10^{-40}$.

Misst man die Naturkonstanten mit kosmologischen Maßstäben (Radius des sichtbaren Universums, Zeitmaßstab = Radius des sichtbaren Universums /Lichtgeschwindigkeit ≈ Alter des Universums, Masse eines Teilchens mit Comptonwellenlänge entsprechend dem Radius des sichtbaren Universums), also $l_x = c/H = R = 1,2867*10^{26}$ m (wenn die Hubble-Konstante $H = 2,33*10^{-18}\ s^{-1}$), $t_y = 1/H = R/c = 4,2918*10^{17}$ s, $m_z = Hh/c^2 = h/cR = 1,7178*10^{-68}$ kg und $1m = 1/l_x = 7,7721*10^{-27}\ l_x$, $1s = 1/t_y = 2,3300*10^{-18}\ t_y$, $1kg = 1/m_z = 5,8214*10^{67}\ m_z$ so ergibt sich für die Gravitationskonstante der Wert:

$$G_k = G * 1\frac{m^3}{kg*s^2} = 6,6738 * 10^{-11} * \frac{(7,7721*10^{-27})^3}{5,8214*10^{67}*(2,3300*10^{-18})^2} = 9,9139 * 10^{-122}\ \frac{{l_x}^3}{m_z*{t_{yl}}^2} .$$

Für die Lichtgeschwindigkeit der Wert 1: $c_k = c * 1\frac{m}{s} = 2,9979 * 10^8 * \frac{7,7721*10^{-27}}{2,3300*10^{-18}} = 1\ \frac{l_x}{t_y}$

Und für das Plancksche Wirkungsquantum wie erwartet ebenfalls der Wert 1:

$$h_k = h * 1\frac{kg*m^2}{s} = 6,6261 * 10^{-34} * \frac{5,8214*10^{67}*(7,7721*10^{-27})^2}{2,3300*10^{-18}} = 1\frac{m_z{l_x}^2}{t_y}$$

Eine andere Möglichkeit ergibt sich bei Verwendung folgender Maßstäbe kosmologischer Dimension: Radius des sichtbaren Universums, Zeitmaßstab = Radius des sichtbaren Universums /Lichtgeschwindigkeit ≈ Alter des Universums, Masse eines Schwarzen Lochs mit dem Radius des sichtbaren Universums. Dann wird $l_x = c/H = R = 1,2867*10^{26}$ m (wenn die Hubble-Konstante $H = 2,33*10^{-18}\ s^{-1}$), $t_y = 1/H = R/c = 4,2918*10^{17}$ s, $m_z = c^3/HG = Rc^2/G = 1,7327*10^{53}$ kg und $1m = 1/l_x = 7,7721*10^{-27}\ l_x$, $1s = 1/t_y = 2,3300*10^{-18}\ t_y$, $1kg = 1/m_z = 5,7713*10^{-54}\ m_z$. Damit ergibt sich für das Plancksche Wirkungsquantum der Wert:

$$h_{ks} = h * 1\frac{kg*m^2}{s} = 6,6261 * 10^{-34} * \frac{5,7713*10^{-54}*(7,7721*10^{-27})^2}{2,3300*10^{-18}} = 9,9139 * 10^{-122}\frac{m_z{l_x}^2}{t_y} .$$

Für die Lichtgeschwindigkeit der Wert 1: $c_{ks} = c * 1\frac{m}{s} = 2,9979 * 10^8 * \frac{7,7721*10^{-27}}{2,3300*10^{-18}} = 1\ \frac{l_x}{t_y}$

Für die Gravitationskonstante in diesem System, wie erwartet auch der Wert 1: $G_{ks} = G * 1\frac{m^3}{kg*s^2} = 6,6738 * 10^{-11} * \frac{(7,7721*10^{-27})^3}{5,7713*10^{-54}*(2,3300*10^{-18})^2} = 1\ \frac{{l_x}^3}{m_z*{t_{yl}}^2}$.

Erstaunliche Symmetrien offenbaren sich hier zwischen den Einheitensystemen „kosmische Comptonwelle“ und „kosmisches Schwarzes Loch“, ist doch der Betrag der Gravitationskonstante im System „kosmische Comptonwelle“ gleich dem Betrag des Planckschen Wirkungsquantums im System „kosmisches Schwarzes Loch“: $|G_k| = |h_{ks}| = 9{,}9139*10^{-122}$. Die Werte der Naturkonstanten sind hier nicht mehr willkürlich, sondern scheinen bisher nicht entdeckten Gesetzmäßigkeiten zu folgen.

Mit den Kostanten c, h, G und H = c/R kann eine dimensionslose Zahl n gebildet werden: $n = \frac{c^5}{H^2Gh} = \frac{R^2c^3}{Gh} = 1{,}0087 * 10^{121} = \frac{{R_k}^2{c_k}^2}{G_kh_k} = \frac{1}{|G_k|} = \frac{1}{9{,}9139*10^{-122}} = \frac{1}{|h_{ks}|} = \frac{{R_{ks}}^2{c_{ks}}^2}{G_{ks}h_{ks}}$.

R in den Einheitensystemen „kosmische Comptonwelle“ mit Index $_k$ und „kosmisches Schwarzes Loch“ mit Index $_{ks}$ hat jeweils den Wert 1: $R_k = R_{ks} = 1$. Da c_k, c_{ks}, h_k und G_{ks} wie oben berechnet ebenfalls den Wert 1 haben bleibt netto die Gleichung $n = \frac{R^2c^3}{Gh} = \frac{1}{G_k} = \frac{1}{h_{ks}}$. Unter n kann man sich den Gesamtinformationsgehalt des sichtbaren Universums in bit vorstellen (siehe dazu [1]). Nachdem G im Plancksystem G_{pl} den Wert 1 hat, kann die vorhergehende Gleichung auch in die Form $n = \frac{R^2c^3}{Gh} = \frac{G_{pl}}{G_k}$ gebracht werden. Mit der oben hergeleiteten Beziehung $\frac{G{m_p}^2}{ch} = \frac{G_p}{G_{pl}}$ oder $G_{pl} = \frac{chG_p}{G{m_p}^2}$ ergibt sich $\frac{R^2c^3}{Gh} = \frac{chG_p}{G{m_p}^2G_k}$ => ${m_p}^2 = \frac{h^2G_p}{R^2c^2G_k} = \frac{H^2h^2G_p}{c^4G_k}$ => $\mathbf{m_p = \frac{h}{cR} * \sqrt{\frac{G_p}{G_k}} = \frac{Hh}{c^2} * \sqrt{\frac{G_p}{G_k}}}$.

Der Term $\frac{h}{cR}$ oder $\frac{Hh}{c^2}$ repräsentiert die Masse eines Teilchens mit Comptonwellenlänge entsprechend dem Radius des sichtbaren Universums bzw. die Masseeinheit im Einheitensystemen „kosmische Comptonwelle“, weshalb wir diesen Term konsequenterweise auch mit m_k benennen können. Die vorhergehende Gleichung kann dann umgeformt werden in $\mathbf{\frac{G_p}{G_k} = \frac{{m_p}^2}{{m_k}^2}}$ => $\frac{9{,}3799*10^{-40}}{9{,}9139*10^{-122}} = \frac{(1{,}6709*10^{-27})^2}{(1{,}7178*10^{-68})^2}$ => $9{,}4614 * 10^{81} = 9{,}4614 * 10^{81}$. Die Gravitationskonstante im Einheitensystem Proton zur Gravitationskonstante im Einheitensystem „kosmische Comptonwelle“ verhält sich so wie das Quadrat der Masseeinheit im Einheitensystem Proton zum Quadrat der Masseeinheit im Einheitensystem „kosmische Comptonwelle“.

Die vorhin angeführte Gleichung kann noch weiter ausgebaut werden zu

$$\mathbf{\frac{h_{ps}}{h_{ks}} = \frac{G_p}{G_k} = \frac{{m_p}^2}{{m_k}^2} = \frac{{m_{ks}}^2}{{m_{ps}}^2} = \frac{R^2}{{\lambda_p}^2} = \frac{c^4{m_p}^2}{H^2h^2}} =>$$

$$\frac{9{,}3799*10^{-40}}{9{,}9139*10^{-122}} = \frac{(1{,}6709*10^{-27})^2}{(1{,}7178*10^{-68})^2} = \frac{(1{,}7327*10^{53})^2}{(1{,}7814*10^{12})^2} = \frac{(1{,}2867*10^{26})^2}{(1{,}3228*10^{-15})^2} = \frac{(2{,}9979*10^{8})^4*(1{,}6709*10^{-27})^2}{(2{,}3300*10^{-18}*6{,}6261*10^{-34})^2} =$$

$9{,}4614 * 10^{81}$,

mit m_p = Protonenmasse, $m_k = h/cR = Hh/c^2$, $m_{ks} = Rc^2/G$, $\lambda_p = h/cm_p$ und

$m_{ps} = \lambda_p c^2/G$.

Einheitensysteme, die sich nur auf die Lichtgeschwindigkeit auswirken:

Setzt man wie oben gezeigt x=3k, y=5k und z=-k in die Gleichungen für c, G und h

$$c_{x,y,z} = c_{pl} * a^{y-x} = 1 * a^{2k} = a^{2k}$$

$$G_{x,y,z} = G_{pl} * a^{2y+z-3x} = 1 * a^{0k} = 1$$

$$h_{x,y,z} = h_{pl} * a^{y-2x-z} = 1 * a^{0k} = 1$$

ein, wobei a= $\sqrt{2\pi/\alpha}$ = 29,343 sein soll und k eine beliebige reelle Zahl sein kann, so zeigt sich, dass G und h weiterhin den Wert 1 behalten. Nur der Wert für c ändert sich in Abhängigkeit von k. Die entsprechenden Maßstabseinheiten dazu sind: $l_x = l_{pl} * a^{3k}$, $t_y = t_{pl} * a^{5k}$ und $m_z = m_{pl} * a^{-k}$.

Setzt man für l_x = c/H = R = 1,2867*10^{26} m (wenn die Hubble-Konstante H = 2,33*10^{-18} s^{-1}), also den Radius des sichtbaren Universums ein, so ergibt sich für k = 13,7426, denn $l_x = 4{,}0512 * 10^{-35} * 29{,}343^{3*13{,}7426} = 1{,}2867 * 10^{26}\text{m}$. Für den Zeitmaßstab ergibt sich $t_y = 1{,}3513 * 10^{-43} * 29{,}343^{5*13{,}7426} = 9{,}2731 * 10^{57}\text{s}$ und für die Masseeinheit $m_z = 5{,}4557 * 10^{-8} * 29{,}343^{-13{,}7426} = 3{,}7116 * 10^{-28}\text{kg}$. Die Lichtgeschwindigkeit wird zu: $c_R = c_{k=13{,}7426} = a^{2k} = 29{,}343^{2*13{,}7426} = 2{,}1607 * 10^{40} \frac{l_x}{t_y}$.

Setzt man für l_x = λ_p = h/cm_p = 1,3228*10^{-15} m, also die Comptonwellenlänge des Protons ein, so ergibt sich für k = 4,4324, denn $l_x = 4{,}0512 * 10^{-35} * 29{,}343^{3*4{,}4324} = 1{,}3228 * 10^{-15}\text{m}$. Für den Zeitmaßstab ergibt sich $t_y = 1{,}3513 * 10^{-43} * 29{,}343^{5*4{,}4324} = 4{,}5074 * 10^{-11}\text{s}$ und für die Masseeinheit $m_z = 5{,}4557 * 10^{-8} * 29{,}343^{-4{,}4324} = 1{,}7069 * 10^{-14}\text{kg}$. Die Lichtgeschwindigkeit wird zu: $c_{\lambda p} = c_{k=4{,}4324} = a^{2k} = 29{,}343^{2*4{,}4324} = 1{,}0216 * 10^{13} \frac{l_x}{t_y}$.

Die dritte Potenz des Verhältnisses von $c_R/c_{\lambda p}$ ergibt die von oben bekannte Zahl 9,4614*10^{81}:

$$\frac{c_R{}^3}{c_{\lambda p}{}^3} = \frac{(2{,}1607*10^{40})^3}{(1{,}0216*10^{13})^3} = (2{,}1150 * 10^{27})^3 = 9{,}4614 * 10^{81} = \frac{h_{ps}}{h_{ks}} = \frac{G_p}{G_k} => \frac{\mathbf{c_R{}^3}}{\mathbf{c_{\lambda p}{}^3}} = \frac{\mathbf{h_{ps}}}{\mathbf{h_{ks}}} = \frac{\mathbf{G_p}}{\mathbf{G_k}} .$$

Setzt man für m_z = m_p = 1,6709*10^{-27} kg, also die Protonenmasse ein, so ergibt sich für k = 13,2973, denn $m_z = 5{,}4557 * 10^{-8} * 29{,}343^{-13{,}2973} = 1{,}6709 * 10^{-27}\text{kg}$. Für den Längenmaßstab ergibt sich $l_x = 4{,}0512 * 10^{-35} * 29{,}343^{3*13{,}2973} = 1{,}4102 * 10^{24}\text{m}$ und für den Zeitmaßstab $t_y = 1{,}3513 * 10^{-43} * 29{,}343^{5*13{,}2973} = 5{,}0149 * 10^{54}\text{s}$. Die Lichtgeschwindigkeit wird zu:

$$c_p = c_{k=13{,}2973} = a^{2k} = 29{,}343^{2*13{,}2973} = 1{,}0661 * 10^{39} \frac{l_x}{t_y}$$

Setzt man für m_z = Hh/c^2 = h/cR = $1{,}7178*10^{-68}$ kg, also die Masse eines Teilchens mit Comptonwellenlänge entsprechend dem Radius des sichtbaren Universums ein (wenn die Hubble-Konstante H = $2{,}33*10^{-18}$ s^{-1}), so ergibt sich für k = 41,2277, denn $m_z = 5{,}4557 * 10^{-8} * 29{,}343^{-41{,}2277} = 1{,}7178 * 10^{-68}\text{kg}$. Für den Längenmaßstab ergibt sich $l_x = 4{,}0512 * 10^{-35} * 29{,}343^{3*41{,}2277} = 1{,}2978 * 10^{147}\text{m}$ und für den Zeitmaßstab $t_y = 1{,}3513 * 10^{-43} * 29{,}343^{5*41{,}2277} = 4{,}3667 * 10^{259}\text{s}$. Die Lichtgeschwindigkeit wird zu: $c_k = c_{k=41{,}2277} = a^{2k} = 29{,}343^{2*41{,}2277} = 1{,}0087 * 10^{121}\frac{l_x}{t_y}$

Das Verhältnis von c_k/c_p ergibt die von oben bekannte Zahl $9{,}4614*10^{81}$:

$$\frac{c_k}{c_p} = \frac{1{,}0087*10^{121}}{1{,}0661*10^{39}} = 9{,}4614 * 10^{81} = \frac{h_{ps}}{h_{ks}} = \frac{G_p}{G_k} = \frac{{c_R}^3}{{c_{\lambda p}}^3} = \frac{{m_p}^2}{{m_k}^2}$$

mit m_p = Protonenmasse und m_k = h/cR = Hh/c^2.

Einheitensysteme und die Vermutung von Paul Dirac:

Zufolge einer von Paul Dirac geäußerten Vermutung besteht zwischen den Größen des Protons und des Universums ein numerischer Zusammenhang von etwa folgender Art [2]:

$$\frac{\mathbf{m_{ks}}}{\mathbf{m_p}} \approx \frac{\mathbf{R^2}}{\boldsymbol{\lambda_p}^2} => \frac{1{,}7327*10^{53}}{1{,}6709*10^{-27}} \approx\approx \frac{(1{,}2867*10^{26})^2}{(1{,}3228*10^{-15})^2} => 1{,}0370 * 10^{80} \approx\approx 9{,}4614 * 10^{81} => 1 \approx\approx 91{,}24,$$

wobei im Kontext der betrachteten Einheitensysteme, die hier verwendeten Größen und Abkürzungen folgendes bedeuten: m_p = Protonenmasse, m_{ks} = Rc^2/G, $R = c/H$ = Radius des sichtbaren Universums (wenn die Hubble-Konstante H = $2{,}33*10^{-18}$ s^{-1}) und λ_p = h/cm_p. Wie man sieht besteht, je nachdem welche Werte man für die Abmessung und die Gesamtmasse des Universums und für die Größe des Protons verwendet (hier die Comptonwellenlänge λ_p statt des im Streuexperiment gemessenen Protonenradius r_p = $0{,}877*10^{-15}$ m), eine mehr oder weniger große Ungenauigkeit in der Vermutung. Mit den hier verwendeten Größen ergibt sich ein Faktor von 91,24 zwischen der linken und rechten Seite der Vermutung, mit dem gemessenen Protonenradius wäre er noch größer.

Neben der Zahl $9{,}4614*10^{81}$, die wir bereits mehrfach festgestellt haben, tauchen auch die Zahlen $1{,}0370*10^{80}$ und 91,24 als Verhältniszahlen zwischen den verschiedenen Einheitensystemen auf. Beispielsweise ist das Verhältnis der Masse eines Schwarzen Lochs mit einem Radius entsprechend der Comptonwellenlänge des Protons zur Masse eines Teilchens mit der Comptonwellenlänge entsprechend dem Radius des sichtbaren Universums gleich $1{,}0370*10^{80}$: $\frac{m_{ps}}{m_k} = \frac{1{,}7814*10^{12}}{1{,}7178*10^{-68}} = 1{,}0370 * 10^{80}$, demnach folgt für die Protonenmasse

$$\mathbf{m_p} = \frac{\mathbf{m_k * m_{ks}}}{\mathbf{m_{ps}}} \text{ oder } m_p * m_{ps} = m_{pk} * m_{ks} = {m_{pl}}^2.$$

Eine Schwarzloch-Masse von der Größe des sichtbaren Universums kann also genauso viel Protonenmassen enthalten, wie eine Schwarzloch-Masse in Protonengröße an Massen mit der Comptonwellenlänge entsprechend der Größe des sichtbaren Universums aufwiegen kann. Dies erinnert an die Analogie zwischen Sonnensystemen und Atomen, obgleich diese wie dort nur mit wesentlichen Einschränkungen gilt. Die vorhin angeführten Formeln zeigen außerdem, dass die Masse einer Comptonwelle multipliziert mit der Masse eines Schwarzen Loches gleicher Größe einen konstanten Wert ergibt, welcher dem Quadrat der Planckmasse entspricht. Der Zusammenhang gilt für alle möglichen Größenskalen nicht nur für kosmische oder protonähnliche und gilt deshalb, weil die Masse einer Comptonwelle mit Plancklänge dieselbe Masse hat wie ein Schwarzes Loch von Plancklängengröße.

Ein Beispiel bei dem die Zahl 91,24 und Potenzen dieser auftauchen, ist das Verhältnis der zwei Einheitensysteme zur Berechnung von c_R und c_p. Wie wir oben betrachtet haben, sind die Basiseinheiten des c_R-Sytems der Radius des sichtbaren Universum $l_x = l_R = c/H = R = 1{,}2867*10^{26}$ m, $t_y = t_R = 9{,}2731*10^{57}$ s und $m_z = m_R = 3{,}7116*10^{-28}$ kg. Dementsprechend beträgt $1m_R = 7{,}7718*10^{-27}$ l_R, $1s_R = 1{,}0784*10^{-58}$ t_R, $1kg_R = 2{,}6943*10^{27}$ m_R und $c_R = 2{,}1607*10^{40}$ l_R/t_R.

Wie wir ebenfalls oben betrachtet haben, sind die Basiseinheiten des c_p-Sytems die Protonenmasse $m_z = m_p = 1{,}6709*10^{-27}$ kg, $l_x = l_p = 1{,}4102*10^{24}$ m und $t_y = t_p = 5{,}0149*10^{54}$ s. Dementsprechend beträgt $1m_p = 7{,}0912*10^{-25}$ l_p, $1s_p = 1{,}9941*10^{-55}$ t_p, $1kg_p = 5{,}9848*10^{26}$ m_p und $c_p = 1{,}0661*10^{39}$ l_p/t_p.

Das Verhältnis von $\frac{l_R}{l_p} = \frac{1{,}2867*10^{26}}{1{,}4102*10^{24}} = 91{,}24$. Nachdem sich bei diesen Systemen die Maßstabseinheiten wie folgt verhalten müssen: $l_x = l_{pl} * a^{3k}$, $t_y = t_{pl} * a^{5k}$ und $m_z = m_{pl} * a^{-k}$,

folgt $\frac{l_R}{l_p} = \frac{a^{3kR}}{a^{3kp}} = 29{,}343^{3*(kR-kp)}$, $\frac{t_R}{t_p} = \frac{a^{5kR}}{a^{5kp}} = 29{,}343^{5*(kR-kp)}$, $\frac{m_R}{m_p} = \frac{a^{-kR}}{a^{-kp}} = 29{,}343^{-(kR-kp)}$. Wenn $\frac{l_R}{l_p} = 91{,}24$ ist, muss demnach $\frac{t_R}{t_p} = 91{,}24^{5/3} = 1849{,}11$ und

$\frac{m_R}{m_p} = 91{,}24^{-1/3} = 0{,}2221$ sein, was zu überprüfen ist: $\frac{t_R}{t_p} = \frac{9{,}2731*10^{57}}{5{,}0149*10^{54}} = 1849{,}11$ und $\frac{m_R}{m_p} = \frac{3{,}7116*10^{-28}}{1{,}6709*10^{-27}} = 0{,}2221 = 1849{,}11^{-1/5} = 91{,}24^{-1/3}$.

Unter Berücksichtigung von $c_{x,y,z} = c_{pl} * a^{2k}$ folgt $\frac{c_R}{c_p} = \frac{a^{2kR}}{a^{2kp}} = 29{,}343^{2*(kR-kp)}$. Wenn $\frac{l_R}{l_p} = 29{,}343^{3*(kR-kp)} = 91{,}24$ ist, dann folgt $\frac{c_R}{c_p} = 91{,}24^{2/3} = 20{,}27 = 1849{,}11^{2/5}$. Zur Probe: $\frac{c_R}{c_p} = \frac{2{,}1607*10^{40}}{1{,}0661*10^{39}} = 20{,}27$.

Das „Elektrisierende“ an dem hier dargestellten ist, dass $1849{,}11 \approx \frac{m_p}{m_e} = 1836{,}15$ gilt, mit einem Fehler von nur 0,7 %. Das könnte mehr als ein Zufall sein und gibt Ablass zur Vermutung, dass $\frac{{c_R}^5}{{c_p}^5} \approx \frac{{m_p}^2}{{m_e}^2}$ bzw. $\frac{{m_p}^5}{{m_R}^5} \approx \frac{m_p}{m_e}$ gilt. Wenn man berücksichtigt, dass ${m_R}^3 = \frac{h^2}{GR} = \frac{Hh^2}{Gc} = \frac{(6{,}62607*10^{-34})^2}{6{,}6743*10^{-11}*1{,}2867*10^{26}} = (3{,}7116 * 10^{-28})^3$, dann wird obige Vermutung zu $m_p{}^{12} \approx \frac{h^{10}}{G^5R^5m_e{}^3}$ bzw. $m_p{}^{15} \approx \frac{h^{10}}{G^5R^5} * \frac{m_p{}^3}{m_e{}^3} = \frac{h^{10}}{G^5R^5} * 1836{,}15^3$ bzw. $\mathbf{m_p{}^3 \approx \frac{h^2}{GR} * 1836{,}15^{3/5}}$.

Der Wert für m_p aus dieser Beziehung ergibt sich zu $1{,}6686*10^{-27}$ kg. Das ist eine Abweichung von nur 0,14% gegenüber dem Messwert (wenn die Hubble-Konstante $H = c/R = 2{,}33*10^{-18}\ s^{-1}$). Damit haben wir eine zahlenmäßig gute Beziehung zwischen der Zahl 1836,15 und der Protonenmasse.

Was noch fehlt wäre eine gute Beziehung zwischen der Zahl $\alpha = 1/137{,}036$ und der Protonenmasse.

Die erhält man unter Verwendung der Formel $m_x{}^3 = \frac{e^2Hh}{4\pi\epsilon_0 c^2G} = \frac{e^2h}{4\pi\epsilon_0 cGR}$, welche ich im Jahr 2014 entdeckt habe (siehe dazu [3]). In dieser Formel ist m_x eine Abkürzung für m_p*m_e in folgender Weise: $m_x{}^2 = m_p * m_p$. In voller Länge lautet die Formel also: $m_p{}^3 * m_e{}^3 = \left(\frac{e^2h}{4\pi\epsilon_0 cGR}\right)^2 = \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^2 * \left(\frac{h^2}{GR}\right)^2$. Kombiniert man die zuletzt gefundene Beziehung für m_p mit dieser Formel, so erhält man eine Beziehung zwischen $\alpha = 1/137{,}036$ und m_p in der Form $\left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^{2/3} \approx \frac{h^2}{GRm_p{}^3}$ bzw.

$$\mathbf{m_p{}^3 \approx \left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)^{2/3} * \frac{h^2}{GR}} .$$

Der Wert für m_p aus dieser Beziehung ergibt sich zu $1{,}6664*10^{-27}$ kg. Das ist eine Abweichung von nur 0,27% gegenüber dem Messwert (wenn die Hubble-Konstante $H = c/R = 2{,}33*10^{-18}\ s^{-1}$). Damit haben wir auch eine zahlenmäßig gute Beziehung zwischen der Zahl $\alpha = 1/137{,}036$ und der Protonenmasse. Die Formel, die ich 2014 gefunden habe, ist genauer, wenn man für die Hubble-Konstante $H = c/R = 2{,}33*10^{-18}\ s^{-1}$ annimmt. Allerdings beinhaltet sie gleichermaßen die Protonen- und Elektronenmasse, während die zwei neuen Beziehungen nur die Protonenmasse beinhalten und damit eventuell mehr Information über das Proton allein bieten könnten. Vergleicht man die zwei Vermutungen, dann muss gelten: $\left(\frac{m_p}{m_e}\right)^{3/5} \approx \left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)^{2/3}$ bzw. $1836{,}15^{9/10} \approx 861{,}02 \Rightarrow 866{,}00 \approx 861{,}02$. Die Ungenauigkeit dabei beträgt 0,58%.

Kombiniert man die oben gefundene Beziehung $c/c_{pl} \approx \frac{(2\pi/\alpha)^4}{m_p/m_e}$ mit der hier angeführten Näherung zwischen 1836,15 und 2Π/α so ergibt sich:

$c/c_{pl} \approx \left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)^{26/9}$ bzw. $c/c_{pl} \approx \left(\frac{m_p}{m_e}\right)^{13/5}$, wobei erstere um 0,49% und letztere um 2,17% vom Messwert der Lichtgeschwindigkeit abweicht. Dagegen weicht die ursprüngliche Beziehung $c/c_{pl} \approx \frac{(2\pi/\alpha)^4}{m_p/m_e}$ nur um 0,15% vom Messwert ab, was neben ihren ganzzahligen Exponenten ein vergleichsweise wichtiges Argument für sie ist.

Kehren wir zu Dirac´s Vermutung in der hier verwendeten Form zurück:

$\frac{m_{ks}}{m_p} \approx \frac{R^2}{\lambda_p{}^2} \Rightarrow 1 \approx\approx 91{,}24$ und setzen die oben gewonnene Erkenntnis

$\frac{m_p{}^3}{m_R{}^3} = \frac{(1{,}6709*10^{-27})^3}{(3{,}7116*10^{-28})^3} = \frac{m_p{}^3 GR}{h^2} = \frac{(1{,}6709*10^{-27})^3*6{,}6743*10^{-11}*1{,}2867*10^{26}}{(6{,}62607*10^{-34})^2} = \frac{4{,}0061*10^{-65}}{4{,}3905*10^{-67}} = 91{,}24$ in die Vermutung ein, so wird daraus eine Gleichung, die sich in Wohlgefallen auflöst:

$$\frac{m_{ks}}{m_p} * \frac{m_p{}^3 GR}{h^2} = \frac{R^2}{\lambda_p{}^2} \quad => \frac{Rc^2}{Gm_p} * \frac{m_p{}^3 GR}{h^2} = \frac{R^2 c^2 m_p{}^2}{h^2} \quad => \quad \frac{R^2 c^2 m_p{}^2}{h^2} = \frac{R^2 c^2 m_p{}^2}{h^2} \quad => 1 = 1$$

Diskussion der Ergebnisse:

Wie wir gesehen haben, ist die Transferierung der Naturkonstanten c, G, h, e und k_c in Einheitensysteme mit Grundeinheiten für die Länge, die Zeit und die Masse, die sich grundlegend vom SI-System unterscheiden, ein mächtiges Tool um die Zahlenwerte der Naturkonstanten von der dem SI-System innewohnenden physikalischen Willkür zu befreien. Unter Willkür ist hier keinesfalls die sorgsame Definition, Abstimmung und Eichung durch die internationale Gemeinschaft der Metrologen gemeint, sondern die im physikalischen Sinn willkürliche Größenskalierung der Maßeinheiten im Vergleich zu den in der Natur vorkommenden und im ganzen Kosmos gleichartig beschaffenen Maßstäben, wie etwa dem Proton.

Bezieht man die Naturkonstanten auf Einheitensysteme, die sich im Theoriegebäude der Physik durch ihre Grundeinheiten besonders gegenüber anderen auszeichnen (Planckeinheiten etc.) oder aber auf natürliche Maßstäbe, wie das Proton oder die Hubble-Konstante und vergleicht deren Auswirkungen miteinander, so zeigt sich das eigentliche Wesen der Naturkonstanten und ihr Verhältnis zueinander destilliert sich aus dem zuweilen verwirrenden Zahlennebel.

Da tauchen plötzlich lang gesuchte Zusammenhänge zwischen den in der Physik wichtigen dimensionslosen Konstanten wie $137{,}036 = \frac{2\epsilon_0 ch}{e^2}$, $1836{,}15 = \frac{m_p}{m_e}$ oder

$2{,}2717 * 10^{39} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 G\, m_p\, m_e}$ einerseits und den dimensionsbehafteten Naturkonstanten andererseits auf. Außerdem offenbaren sich andere wichtige Erkenntnisse über die inneren Zusammenhänge der Einheitensysteme. Eine erste wichtige Erkenntnis in dieser Hinsicht ist, dass in einem Plancksystem c, G und h den Wert 1 annehmen.

Dass dies sogar bei beliebigen, fiktiven Werten von c, G und h gelten würde, soll hier bewiesen werden: die Basis a sei eine positive reelle Zahl, die Exponenten b, c, d seien positive oder negative reelle Zahlen, die Lichtgeschwindigkeit $c = a^b \frac{m}{s}$, die Gravitationskonstante $G = a^c \frac{m^3}{kgs^2}$ und das Plancksche Wirkungsquantum $h = a^d \frac{kgm^2}{s}$, dann ist

die Plancklänge $l_{pl} = \left(\frac{Gh}{c^3}\right)^{1/2} m = \left(\frac{a^c * a^d}{a^{3b}}\right)^{1/2} m = a^{-\frac{3b}{2}+\frac{c}{2}+\frac{d}{2}} m \; => \; 1\, m = a^{\frac{3b}{2}-\frac{c}{2}-\frac{d}{2}} l_{pl}$,

die Planckzeit $t_{pl} = \left(\frac{Gh}{c^5}\right)^{1/2} s = \left(\frac{a^c * a^d}{a^{5b}}\right)^{1/2} s = a^{-\frac{5b}{2}+\frac{c}{2}+\frac{d}{2}} s \qquad => \; 1\, s = a^{\frac{5b}{2}-\frac{c}{2}-\frac{d}{2}} t_{pl}$, die Planckmasse $m_{pl} = \left(\frac{ch}{G}\right)^{1/2} kg = \left(\frac{a^b * a^d}{a^c}\right)^{1/2} kg = a^{\frac{b}{2}-\frac{c}{2}+\frac{d}{2}} kg => 1\,kg = a^{-\frac{b}{2}+\frac{c}{2}-\frac{d}{2}} m_{pl}$,

$$c = a^b \frac{m}{s} = \frac{a^b * a^{\frac{3b}{2}-\frac{c}{2}-\frac{d}{2}}}{a^{\frac{5b}{2}-\frac{c}{2}-\frac{d}{2}}} \frac{l_{pl}}{t_{pl}} = a^0 \frac{l_{pl}}{t_{pl}} = 1 \frac{l_{pl}}{t_{pl}} ,$$

$$G = a^c \frac{m^3}{kgs^2} = \frac{a^c * a^{\frac{9b}{2}-\frac{3c}{2}-\frac{3d}{2}}}{a^{-\frac{b}{2}+\frac{c}{2}-\frac{d}{2}} * a^{\frac{10b}{2}-\frac{2c}{2}-\frac{2d}{2}}} \frac{{l_{pl}}^3}{m_{pl}{t_{pl}}^2} = a^0 \frac{{l_{pl}}^3}{m_{pl}{t_{pl}}^2} = 1 \frac{{l_{pl}}^3}{m_{pl}{t_{pl}}^2} ,$$

$$h = a^d \frac{kgm^2}{s} = \frac{a^d * a^{-\frac{b}{2}+\frac{c}{2}-\frac{d}{2}} * a^{\frac{6b}{2}-\frac{2c}{2}-\frac{2d}{2}}}{a^{\frac{5b}{2}-\frac{c}{2}-\frac{d}{2}}} \frac{m_{pl}{l_{pl}}^2}{t_{pl}} = a^0 \frac{m_{pl}{l_{pl}}^2}{t_{pl}} = 1 \frac{m_{pl}{l_{pl}}^2}{t_{pl}} .$$

Wie man sieht, sind die Lichtgeschwindigkeit, die Gravitationskonstante und das Plancksche Wirkungsquantum gemessen in Planckeinheiten, unabhängig davon, welchen Wert sie in einem fiktiven Universum annehmen würden, immer 1. Das liegt an der Dimensionalität ($\frac{l_{pl}}{t_{pl}}$, $\frac{{l_{pl}}^3}{m_{pl}{t_{pl}}^2}$ und $\frac{m_{pl}{l_{pl}}^2}{t_{pl}}$) dieser Konstanten, also in der Grundkonstruktion des Universums, und nicht in deren konkreten Werten begründet.

Eine zweite wichtige Erkenntnis ist, dass es Einheitensysteme – eben nicht nur das System der Planckeinheiten – gibt, in der die untersuchten Naturkonstanten c, G, h, e und k_c alle bis auf eine einzige Ausnahme, den Wert 1 annehmen. Der Grund, warum nicht alle genannten Konstanten den Wert 1 annehmen können ist jener, dass dann neben c_{pl}, G_{pl} und h_{pl} auch das Produkt aus dem Quadrat der Elementarladung e und der Coulomb-Konstanten $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = \frac{\alpha c_{pl} h_{pl}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi * 137{,}036} = 1{,}1614 * 10^{-3}$ den Wert 1 annehmen müsste. Dies ist durch eine einfache Transferierung in ein anderes Einheitensystem nicht möglich. Den Beweis dafür ergibt die Fortsetzung obiger Beweisführung. Zusätzlich zu den obigen Annahmen sei f ebenfalls eine positive oder negative reelle Zahl, das Produkt aus dem Quadrat der Elementarladung e und der Coulomb-Konstanten sei

$$e^2 k_c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{kgm^3}{s^2} = a^f \frac{kgm^3}{s^2} = \frac{a^f * a^{-\frac{b}{2}+\frac{c}{2}-\frac{d}{2}} * a^{\frac{9b}{2}-\frac{3c}{2}-\frac{3d}{2}}}{a^{\frac{10b}{2}-\frac{2c}{2}-\frac{2d}{2}}} \frac{m_{pl}{l_{pl}}^3}{{t_{pl}}^2} = \frac{a^f}{a^b * a^d} \frac{m_{pl}{l_{pl}}^3}{{t_{pl}}^2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 ch} \frac{m_{pl}{l_{pl}}^3}{{t_{pl}}^2} =$$

$\frac{\alpha}{2\pi} \frac{m_{pl}{l_{pl}}^3}{{t_{pl}}^2} = 1{,}1614 * 10^{-3} \frac{m_{pl}{l_{pl}}^3}{{t_{pl}}^2}$. Damit im Plancksystem $e^2 k_c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 1$ würde, müsste $\frac{\alpha}{2\pi} \frac{m_{pl}{l_{pl}}^3}{{t_{pl}}^2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 ch} \frac{m_{pl}{l_{pl}}^3}{{t_{pl}}^2}$ gleich 1 sein.

Wichtig in diesem Zusammenhang ist auch, dass allgemein - nicht nur im Plancksystem - jene Naturkonstante, die nicht gleichzeitig mit allen anderen den Wert 1 annehmen kann, dann den Wert $2\Pi/\alpha = 861{,}02$ bzw. $\alpha/2\Pi = 1{,}1614*10^{-3}$ annimmt. So gesehen wird die Bedeutung der Feinstrukturkonstanten α weiter aufgewertet. Sie wird quasi zur Leitkonstanten in unserem Universum, weil sie von Einheitentransformationen unbeeinflussbar zu sein scheint.

Eine dritte Erkenntnis betrifft die erstaunlichen Symmetrien zwischen den Einheitensystemen. Der Betrag der Gravitationskonstante, gemessen am

Maßstab „Comptonwelle“ und der Betrag des Planckschen Wirkungsquantums, gemessen am Maßstab „Schwarzes Loch“ sind gleich (z.B. $|G_k|$ = $|h_{ks}|$= $9{,}9139*10^{-122}$). Antisymmetrisch dazu, ist der Betrag der Lichtgeschwindigkeit, gemessen am Maßstab „Comptonwelle“ gleich dem Kehrwert des Betrages der Gravitationskonstante, gemessen am Maßstab „Comptonwelle“ bzw. gleich dem Kehrwert des Betrages des Planckschen Wirkungsquantums, gemessen am Maßstab „Schwarzes Loch“ (z.B. $|1/c_k|=|G_k|=|h_{ks}|=9{,}9139*10^{-122}$). Die entsprechenden Betragsverhältnisse sind: $\frac{c_k}{c_p}=\frac{G_p}{G_k}=\frac{h_{ps}}{h_{ks}}=9{,}4614*10^{81}$.

Konstante	Betrag	Betrags-verhältnis	Masseeinheit	Masseverhältnis
c_k	$1/9{,}9*10^{-122}=1*10^{121}$	$9{,}4614*10^{81}$	$1{,}7178*10^{-68}$	1
c_p	$1/9{,}4*10^{-40}=1{,}1*10^{39}$	1	$1{,}6709*10^{-27}$	$9{,}7266*10^{40}$
G_p	$9{,}377*10^{-40}$	$9{,}4614*10^{81}$	$1{,}6709*10^{-27}$	$9{,}7266*10^{40}$
G_k	$9{,}914*10^{-122}$	1	$1{,}7178*10^{-68}$	1
h_{ps}	$9{,}377*10^{-40}$	$9{,}4614*10^{81}$	$1{,}7814*10^{12}$	1
h_{ks}	$9{,}914*10^{-122}$	1	$1{,}7327*10^{53}$	$9{,}7266*10^{40}$

Anders verhält es sich mit den Masseeinheiten, denn je kleiner die Massemaßstäbe, an denen die Lichtgeschwindigkeit und das Plancksche Wirkungsquantum gemessen werden, sind, desto größer wird ihr Wert. Antisymmetrisch dazu wird die Gravitationskonstante desto größer, je größer der Massemaßstab ist an dem sie gemessen wird: $\uparrow$Masseeinheit => G$\uparrow$, c$\downarrow$, h$\downarrow$.

Das Verhältnis der Naturkonstanten entspricht dem Quadrat des Verhältnisses der dazugehörigen Massemaßstäbe. Die entsprechenden Betragsverhältnisse sind:

$$\frac{c_k}{c_p}=\frac{G_p}{G_k}=\frac{h_{ps}}{h_{ks}}=9{,}4614*10^{81}=(9{,}7766*10^{40})^2=\frac{{m_p}^2}{{m_k}^2}=\frac{{m_{ks}}^2}{{m_{ps}}^2}$$

wobei m_k= h/cR, $m_{ks}=Rc^2/G$ und m_{ps} = ch/Gm_p gilt.

Eine vierte Erkenntnis ist, dass mit der Lichtgeschwindigkeit c, dem Planckschen Wirkungsquantum h, der Gravitationskonstante G und der Hubble-Konstanten H eine Masse(einheit) ${m_R}^3=\frac{Hh^2}{Gc}=\frac{h^2}{GR}=\frac{(6{,}62607*10^{-34})^2}{6{,}6743*10^{-11}*1{,}2867*10^{26}}=(3{,}7116*10^{-28})^3$ gebildet werden kann, die zur Protonenmasse im Verhältnis $\frac{{m_p}^3Gc}{Hh^2}=\frac{(1{,}6709*10^{-27})^3}{(3{,}7116*10^{-28})^3}=$ $91{,}24\approx 1836{,}15^{3/5}$ steht (wenn die Hubble-Konstante H = $2{,}33*10^{-18}$ s^{-1}). Mit der Zahl 91,24 kann das Gap in der Vermutung von Dirac gefüllt werden:

$\frac{M_u}{m_p}*\frac{{m_p}^3GR}{h^2}=\frac{R^2}{{\lambda_p}^2}$ (wenn für M_u= Rc^2/G und für $\lambda_p=h/cm_p$ gesetzt wird). Außerdem steckt $\frac{Hh^2}{Gc}$ auch in der 2014 von mir in [3] gefundenen Formel ${m_x}^3=\frac{e^2Hh}{4\pi\epsilon_0c^2G}$: ${m_x}^3=(m_p*m_e)^{\frac{3}{2}}=\frac{e^2Hh}{4\pi\epsilon_0c^2G}=\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0ch}*\frac{Hh^2}{Gc}=\frac{\alpha}{2\pi}*\frac{h^2}{GR}$.

Eine fünfte Erkenntnis $m_p = \frac{h}{cR} * \sqrt{\frac{G_p}{G_k}} = \frac{Hh}{c^2} * \sqrt{\frac{G_p}{G_k}}$ bringt die Protonenmasse in Zusammenhang mit der Masse $\frac{h}{cR}$ oder $\frac{Hh}{c^2}$. Diese repräsentiert die Masse eines Teilchens mit einer Comptonwellenlänge entsprechend dem Radius des sichtbaren Universums (wenn die Hubble-Konstante H = 2,33*10^{-18} s^{-1}). Die vorhergehende Gleichung kann auch umgeformt werden in $\frac{G_p}{G_k} = \frac{{m_p}^2 c^2 R^2}{h^2}$.

Die Gravitationskonstante gemessen am Maßstab Proton (Protonenmasse, Comptonwellenlänge des Protons, Zeitmaßstab = Comptonwellenlänge des Protons/Lichtgeschwindigkeit) zur Gravitationskonstante gemessen im kosmischen Maßstab (Radius des sichtbaren Universums, Zeitmaßstab = Radius des sichtbaren Universums/Lichtgeschwindigkeit, Masse eines Teilchens mit Comptonwellenlänge entsprechend dem Radius des sichtbaren Universums) verhält sich so wie das Quadrat der Protonenmasse zum Quadrat einer Teilchenmasse mit Comptonwellenlänge entsprechend dem Radius des sichtbaren Universums.

Die Masse $\frac{h}{cR}$ oder $\frac{Hh}{c^2}$ steckt auch in der von mir gefundenen Formel ${m_x}^3 = \frac{e^2 Hh}{4\pi\epsilon_0 c^2 G}$:
${m_x}^3 = m_x * m_p * m_e = \frac{e^2 Hh}{4\pi\epsilon_0 G c^2} => (m_p * m_e)^{\frac{1}{2}} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 G m_p m_e} * \frac{Hh}{c^2} = \frac{F_e}{F_g} * \frac{h}{cR}$, wobei $\frac{F_e}{F_g}$ das Verhältnis der Stärke der elektromagnetischen Kraft zur Gravitationskraft ist.

Eine sechste Erkenntnis ist das Resultat $\frac{m_p}{m_e} = 1836{,}15 \approx \frac{ch}{G m_p m_e} * \frac{G_p}{G_{pl}}$ (mit G_{pl} = 1). Es ist ein bemerkenswerter Zusammenhang, in dem der Term $\frac{ch}{G m_p m_e}$ dem Verhältnis der Gravitationskraft zwischen zwei Planckmassen zur Gravitationskraft zwischen Proton und Elektron entspricht. Etwas umgeformt wird die Formel zu $\frac{\mathbf{G m_p}^2}{\mathbf{ch}} \approx \frac{\mathbf{G_p}}{\mathbf{G_{pl}}}$ **,** wobei der Term $\frac{G {m_p}^2}{ch}$ dem Quadrat der Protonenmasse dividiert durch das Quadrat der Planckmasse entspricht. G_p ist die Gravitationskonstante gemessen am Maßstab Proton (Protonenmasse, Comptonwellenlänge des Protons, Zeitmaßstab = Comptonwellenlänge des Protons/Lichtgeschwindigkeit).

Kombiniert man die fünfte und die sechste Erkenntnis zu einer Formel, so ergibt sich $\frac{G_{pl}}{G_k} = \frac{Rc^2}{G} / \frac{h}{cR} = \frac{R^2 c^3}{Gh} = n$, wobei G_{pl} den Wert 1 hat und man sich unter n den Gesamtinformationsgehalt des sichtbaren Universums in bit vorstellen kann (siehe dazu [1]). Die Zahl $n = 1{,}0087 * 10^{121}$ ergibt sich auch als Quotient von Rc^2/G durch h/cR, also der Gesamtmasse des sichtbaren Universums durch die Masse eines Teilchens mit Comptonwellenlänge entsprechend dem Radius des sichtbaren Universums.

Die Zahl n steckt auch in der 2014 von mir gefunden Formel $m_x{}^3 = \frac{e^2Hh}{4\pi\epsilon_0 c^2 G}$:
$m_x{}^3 = (m_p * m_e)^{\frac{3}{2}} = \frac{e^2Hh}{4\pi\epsilon_0 c^2 G} = \frac{e^2h}{4\pi\epsilon_0 cRG} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 ch} * \frac{R^2c^3}{Gh} * \left(\frac{h}{cR}\right)^3 = \frac{\alpha}{2\pi} * n * \left(\frac{h}{cR}\right)^3$.

Wie sich Schritt für Schritt gezeigt hat, ist es also möglich die wichtigen dimensionslosen Konstanten $137{,}036 = \frac{2\epsilon_0 ch}{e^2} = \frac{1}{\alpha}$, $1836{,}15 = \frac{m_p}{m_e}$ und

$2{,}2717 * 10^{39} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 G\, m_p\, m_e}$ sowie die Zahl $1{,}0087 * 10^{121} = \frac{R^2c^3}{Gh}$ durch die Formel $m_x{}^3 = \frac{e^2Hh}{4\pi\epsilon_0 c^2 G}$ auszudrücken.

Last but not least hat sich eine mögliche Erkenntnis für den Wert der Lichtgeschwindigkeit c im SI-System ergeben: $c/c_{pl} \approx \frac{(2\pi/\alpha)^4}{m_p/m_e}$, wobei c_{pl} = 1 gilt. Diese Beziehung gilt mit einer Genauigkeit von 0,15% des Messwertes der Lichtgeschwindigkeit, ist also schwer als möglicher Zufall einfach zu ignorieren. Sie zeichnet sich gegenüber den bisherigen Beziehungen dadurch aus, dass hier eine der wichtigsten, wenn nicht überhaupt die wichtigste Naturkonstante, direkt in Relation zu den zwei wichtigsten dimensionslosen Zahlen der Physik gesetzt wird. Alle bisher dargelegten Erkenntnisse setzen zwei oder mehrere unterschiedliche Naturkonstanten in Relation zueinander. Gerade dieses Faktum verleiht dieser Relation die potentielle Möglichkeit einer grundlegenden Bedeutung, erschwert aber deren Interpretation.

Akzeptiert man diese Relation, so stellt sich die Frage, welche der drei kombinierten Größen, also das Verhältnis von Protonen- zu Elektronenmasse, die Feinstrukturkonstante oder die Lichtgeschwindigkeit, die fundamentalste ist. Wenn man berücksichtigt, dass sich die dimensionslosen Größen m_p/m_e bzw. $2\Pi/\alpha$ durch einfache Transformationen des Einheitensystems nicht ändern, so sollte die Lichtgeschwindigkeit die am wenigsten fundamentale Größe der drei sein. Dass - wie wir gesehen haben - $2\Pi/\alpha$ oder der Kehrwert davon immer dann auftaucht, wenn alle Naturkonstanten bis auf eine den Wert 1 annehmen, spricht dafür, dass $2\Pi/\alpha$ fundamentaler als die Lichtgeschwindigkeit ist. So gesehen würde der Wert der Lichtgeschwindigkeit vom Wert der Feinstrukturkonstanten α und von m_p/m_e abhängen.

Die verbleibende Frage ist, ob die Feinstrukturkonstante wirklich gänzlich unabhängig von den Maßstabseinheiten ist, mit denen sie gemessen wird. Sollte das der Fall sein, dann würde in der gegenständlichen Relation auch eine gewisse Aussage über unsere eigene Beschaffenheit stecken. Wir, die wir in etwa so groß sind wie ein Meter und unsere Bewegungen in etwa einer Sekunde ausführen, sind wie die von uns verwendeten Maßstäbe und der mit diesen ermittelte Wert der Lichtgeschwindigkeit (annähernd) bestimmt durch die Feinstrukturkonstante und das Verhältnis von Protonen- zu Elektronenmasse. Ein Gedanke dem eine gewisse Plausibilität innewohnt, denn hätten $2\Pi/\alpha$ und m_p/m_e andere Werte, dann würde sich das natürlich auch auf die möglichen Proportionen intelligenter

Lebewesen auswirken und damit auch auf die Maßstäbe mit denen solche Wesen die Natur vermessen.

Sollte die Feinstrukturkonstante wider Erwarten doch nicht (ganz) unabhängig von den Maßstabseinheiten sein, mit denen sie gemessen wird, dann wäre dies eine revolutionäre Erkenntnis, die kräftig an den derzeitigen Fundamenten der Physik rütteln würde.

Wenn also der Wert der Lichtgeschwindigkeit von $2\Pi/\alpha$ und m_p/m_e abhängen soll, wie sieht es dann mit den anderen Naturkonstanten aus. Durch einiges Probieren lässt sich für die Gravitationskonstante folgende bestmögliche Näherung mit kleinen ganzzahligen Potenzen finden: $G/G_{pl} \approx \frac{2\pi/\alpha}{(m_p/m_e)^4} = \frac{861{,}02}{(1836{,}15)^4} = 7{,}5749 * 10^{-11}$, wobei $G_{pl} = 1$ gilt. Diese Näherung gilt mit einer Genauigkeit von 13,5%, ist also um einiges ungenauer als die für c. Aber und das ist das bemerkenswerte, sie ist von den Potenzen her antisymmetrisch zur Näherung von c. Während bei der c-Näherung $2\Pi/\alpha$ in der vierten Potenz vorkommt, kommt bei der G-Näherung m_p/m_e in der vierten Potenz vor. Damit diese Relation übrigens exakt stimmt, müsste man bei gleichbleibenden Einheiten für Länge und Zeit (Meter und Sekunde) statt der Masseeinheit von 1 Kilogramm nur eine Masseeinheit von 1,135 kg verwenden.

Verwendet man übrigens statt 1m als Längeneinheit 1,0015 m und statt 1 kg als Masseeinheit 1,1403 kg bei gleichbleibender Zeiteinheit von 1 s, so nehmen sowohl c (= dann $2{,}9933*10^8$) als auch G (= dann $7{,}5749*10^{-11}$) den exakten Wert der jeweils angeführten Näherung an. So gesehen sind unsere SI-Einheiten fast perfekt auf die gefundenen Näherungen abgestimmt. Kombiniert man die gefundenen Relationen für c und G im adaptierten SI-System so ergeben sich folgende neue Relationen: $\left|\frac{\mathbf{c^4}}{\mathbf{G}}\right| = \left(\frac{\mathbf{2\pi}}{\boldsymbol{\alpha}}\right)^{\mathbf{15}}$, $\left|\frac{\mathbf{c}}{\mathbf{G^4}}\right| = \left(\frac{\mathbf{m_p}}{\mathbf{m_e}}\right)^{\mathbf{15}}$ bzw. $\left|\mathbf{c * G}\right| = \left(\frac{\mathbf{2\pi/\alpha}}{\mathbf{m_p/m_e}}\right)^{\mathbf{5}}$

mit deren Proben: $\left|\frac{c^4}{G}\right| = \frac{(2{,}9933*10^8)^4}{7{,}5749*10^{-11}} = 1{,}059 * 10^{44} = (861{,}02)^{15} = \left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)^{15}$,

$$\left|\frac{c}{G^4}\right| = \frac{2{,}9933*10^8}{(7{,}5749*10^{-11})^4} = 9{,}091 * 10^{48} = (1836{,}15)^{15} = \left(\frac{m_p}{m_e}\right)^{15}$$ sowie

$$\left|c * G\right| = 2{,}9933 * 10^8 * 7{,}5749 * 10^{-11} = 0{,}02267 = \left(\frac{861{,}02}{1836{,}15}\right)^5 = \left(\frac{2\pi/\alpha}{m_p/m_e}\right)^5 .$$

Der Term $c^4/4G$ (bzw. $c^4/16G$ wenn der Schwarzschildradius $R = \frac{2GM}{c^2}$ statt $R = \frac{GM}{c^2}$) entspricht übrigens der Gravitationskraft zwischen zwei Schwarzen Löchern mit gleicher aber beliebiger Größe, die sich an ihren Schwarzschildradien berühren. Dies gilt auch für zwei Planckmassen, also den kleinsten Schwarzen Löchern, wenn sie sich im Abstand von 2 Plancklängen berühren:

$$m_{pl}^2 = \frac{ch}{G} \text{ , } l_{pl}^2 = \frac{Gh}{c^3} \Rightarrow F = \frac{Gm_{pl}^2}{4l_{pl}^2} = \frac{Gchc^3}{4GGh} = \frac{c^4}{4G} .$$

Jetzt stellt sich natürlich noch die Frage, was gibt es dann in diesen Zusammenhang von h und $e^2 k_c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$ zu berichten?

Für h habe ich folgende Näherung mit möglichst kleinen ganzzahligen Potenzen gefunden: $h/h_{pl} \approx \frac{(m_p/m_e)^6}{(2\pi/\alpha)^{18}} = \frac{(1836{,}15)^6}{(861{,}02)^{18}} = 5{,}6649 * 10^{-34}$. Bei den Maßeinheiten 1,0015 m, 1s und 1,1403 kg ergibt sich ein Wert von h = 5,7928*10^{-34}, davon weicht der Wert 5,6649*10^{-34} um 2,21% ab. Für $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$ wiederum habe ich folgende Näherung mit möglichst kleinen ganzzahligen Potenzen gefunden:

$\left| \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right| \approx \frac{(m_p/m_e)^5}{(2\pi/\alpha)^{15}} = \frac{(1836{,}15)^5}{(861{,}02)^{15}} = 1{,}9694 * 10^{-28}$. Bei den Maßeinheiten 1,0015 m, 1s und 1,1403 kg ergibt sich ein Wert von $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 2{,}0138 * 10^{-28}$, davon weicht der Wert 1,9694*10^{-28} ebenfalls um 2,21% ab.

Damit neben c (2,9933*10^{8}) und G (7,5749*10^{-11}) auch h (5,6649*10^{-34}) und $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$ (1,9694*10^{-28}) exakt den Wert der jeweiligen Näherung annehmen, muss man die Maßeinheiten nur auf rund 1,0128 m, 1,0112 s und 1,1531 kg ändern. Das ist insgesamt keine sehr große Abweichung vom gewohnten SI-System und eine erstaunliche Tatsache, die zum weiteren Nachdenken anregt.

Insgesamt haben wir durch Transformation des Einheitensystems also eine Fülle von (nummerischen) Korrelation gefunden, die dabei helfen könnten neue physikalische Zusammenhänge aufzuspüren. Dazu wird es nötig sein, diese Korrelationen im Detail anzuschauen und auf ihr Potential hin zu testen. Selbst wenn sich durch diese Korrelationen keine neuen physikalischen Zusammenhänge finden lassen würden, so sind zumindest die Zusammenhänge zwischen verschiedenen Einheitensystemen und deren strukturelle Gesetzmäßigkeiten interessant, denn schließlich sollte man wissen was passiert, wenn man die physikalischen Maßstäbe wechselt ☺.

Referenzen

[1] "About the Nature of "Dark Energy"" v. Helmut Söllinger, http://viXra.org/abs/1302.0064, 2013

[2] "Proceedings of the Royal Society", London, 165, S. 199 ff., 1938

[3] "Cosmos 2.0 An Innovative Description of the Universe" v. Helmut Söllinger, http://viXra.org/abs/1403.0949, 2014