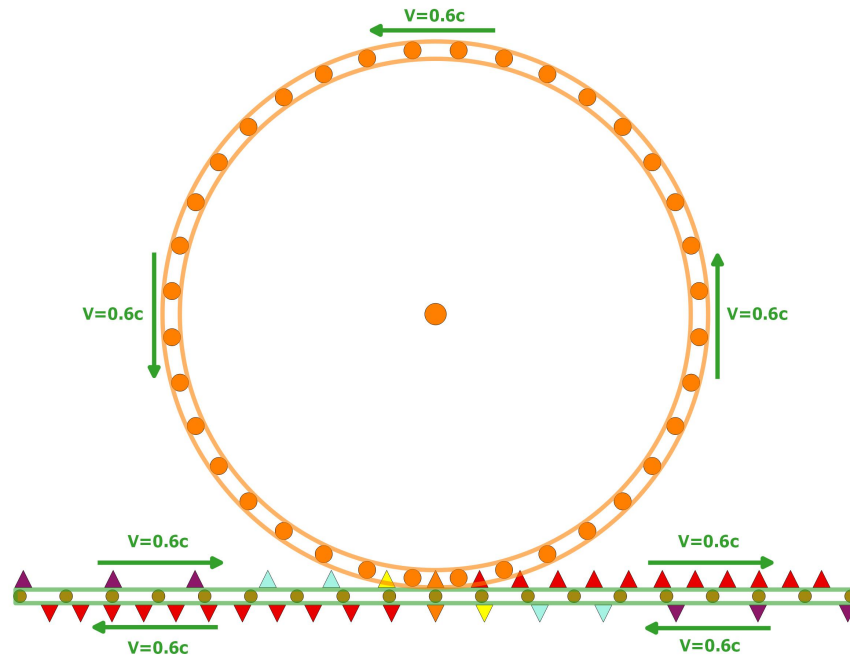


# La roue en rotation relativiste

## (par Zefram)



### Abstract

Le présent article revient sur la description relativiste du mouvement circulaire uniforme telle que donnée au paragraphe 3 de l'article «The Foudation of Général Relativity». Dans cette description, il n'y est pas fait mention de l'influence que peuvent avoir les phénomènes d'aberration de la lumière et l'effet Doppler sur la perception par l'observateur d'un train en rotation sur un circuit circulaire à une vitesse  $V$ .

La principale contribution faite ici consiste à proposer une approche pour décrire et explorer ce cas de figure. Cette approche peut s'appuyer sur un principe dicté par Wolfgang Rindler dans <<INTRODUCTION TO SPECIAL RELATIVITY>> (partie III / chapitre 17 / page 47). cette approche sera appliquée à un circuit-looping matérialisant le circuit circulaire emprunté par le train et aboutira à proposer un modèle de la roue relativiste puis finalement une solution du paradoxe d'Ehrenfest.

## I : L'approche Doppler.

En Relativité Restreinte (Spécial Relativity Théorie SRT), conformément à ce que rappelle A.Einstein dans son introduction au paragraphe 3 de son article « Foundation of Général Relativity », les longueurs coordonnées n'ont de sens physique direct que dans les référentiels inertiels.

Ceci veut dire que si dans son référentiel K (T ; X ; Y ; Z ), un observateur O étend une règle entre lui situé à l'origine de son repère (X<sub>o</sub> =0 ; Y<sub>o</sub>=0 ; Z<sub>o</sub>=0) et un point P de coordonnées spatiales (X<sub>p</sub>;Y<sub>p</sub> ;Z<sub>p</sub>) alors, cette règle aura pour longueur  $Sp = \sqrt{(Xp^2 + Yp^2 + Zp^2)}$  .

Si cet observateur O place une horloge à l'extrémité de sa règle au point P et synchronise cette horloge avec la sienne située à l'origine, l'autre extrémité de la règle, si son horloge indique l'heure T<sub>o</sub> = 0s, alors l'horloge de P indiquera l'heure  $H_p = \frac{-Sp}{c}$  .

Si à présent, un observateur O' passe au niveau de O à T=0s, c'est-à-dire si la position à T=0s de O' coïncide avec celle de O, en mouvement relatif uniforme (MRU) à la vitesse coordonnée V, suivant l'axe des X et que l'horloge de O' indique T<sub>o'</sub>=T=0s, alors, nous pouvons utiliser les transformations de Lorentz-Poincaré (TLs) pour trouver les coordonnées spatio-temporelles de P dans le repère K'(T<sub>p'</sub>;X<sub>p'</sub>;Y<sub>p'</sub>;Z<sub>p'</sub>) en fonction des coordonnées spatio-temporelles de P dans K(T<sub>p</sub>=-S<sub>p</sub>;X<sub>p</sub>;Y<sub>p</sub>;Z<sub>p</sub>).

Pour cela, il est commode d'utiliser la forme hyperbolique des TLs :

- $\eta = \text{Atanh}(V)$  ,  $\eta$  est la rapidité associé à la vitesse coordonnée V
- $c * T' = c * T * \cosh(\eta) - X * \sinh(\eta)$
- $X' = X * \cosh(\eta) - T * \sinh(\eta)$  (I.0.1)
- $Y' = Y$
- $Z' = Z$

$\cosh(\eta)$  correspond à la valeur du facteur de Lorentz et  $\sinh(\eta) = \cosh(\eta) * \beta$  à la célérité ;  
 $\beta = \frac{V}{c} = \tanh(\eta)$  .

Donc, appliqué à notre exemple nous avons :

- $c * T_p' = c * T_p * \cosh(\eta) - X_p * \sinh(\eta)$
- $X_p' = X_p * \cosh(\eta) - T_p * \sinh(\eta)$  (I.0.2)
- $Y_p' = Y_p$
- $Z_p' = Z_p$

et en remplaçant T<sub>p</sub> par -S<sub>p</sub>, nous avons :

$$c * Tp' = -Sp * \cosh(\eta) - Xp * \sinh(\eta) \quad \text{et} \quad Xp' = Xp * \cosh(\eta) + Sp * \sinh(\eta)$$

Posons  $c * Tp' = -Sp'$  ; c'est-à-dire que nous supposons que lorsque la position de O' coïncide avec celle de O à  $To' = To = 0s$ , alors il existe dans le référentiel K' une horloge H' synchronisée avec

O' dont la position coïncide avec P et dont l'horloge affiche  $Hp' = \frac{-Sp'}{c}$  .

En remplaçant  $c * Tp'$  par  $-Sp'$  nous obtenons :

- $Sp' = Sp * \cosh(\eta) + Xp * \sinh(\eta)$
- $Xp' = Xp * \cosh(\eta) + Sp * \sinh(\eta)$  (I.0.3)
- $Yp' = Yp$
- $Zp' = Zp$

Et nous vérifions que  $Sp' = \sqrt{(Xp'^2 + Yp'^2 + Zp'^2)}$  .

Sous cette forme, les TLs permettent de visualiser les deux effets optiques omniprésents en relativité que sont l'effet Doppler et l'aberration de la lumière.

## I.1 :Le paradoxe du train ( effet Doppler)

Soit Bleu un observateur situé au milieu d'un train bleu de 4s.l de longueur en MRU à  $V=0,6c$  par rapport à un train vert. A  $T'=0s$ , il croise Vert dont l'horloge affiche  $T=0s$  situé au milieu du train vert de 4s.l de longueur. D'après le phénomène de contractions des longueurs, Bleu perçoit le train vert plus court que le sien. Cependant, comme Vert et Bleu sont tous deux des observateurs inertiels, alors les référentiels des trains vert et bleu sont équivalents, donc Vert perçoit le train bleu plus court que le sien. Comment est-ce possible ?

Plaçons nous du point de vue de Vert et plaçons les deux extrémités de Vert I à **l'arrière** du train vert et J à **l'avant**. Avec les TLs nous avons :

Pour I avec  $Si = Xi$ :

- $Xi' = Xi * \cosh(\eta) + Si * \sinh(\eta) = Xi * [\cosh(\eta) + \sinh(\eta)]$  (I.1.1)
- $Si' = Si * \cosh(\eta) + Xi * \sinh(\eta) = Si * [\cosh(\eta) + \sinh(\eta)]$

Cela donne en application numérique pour  $V=0,6c$  :  $Si' = 4s.l$  pour  $Si=2s.l$ .

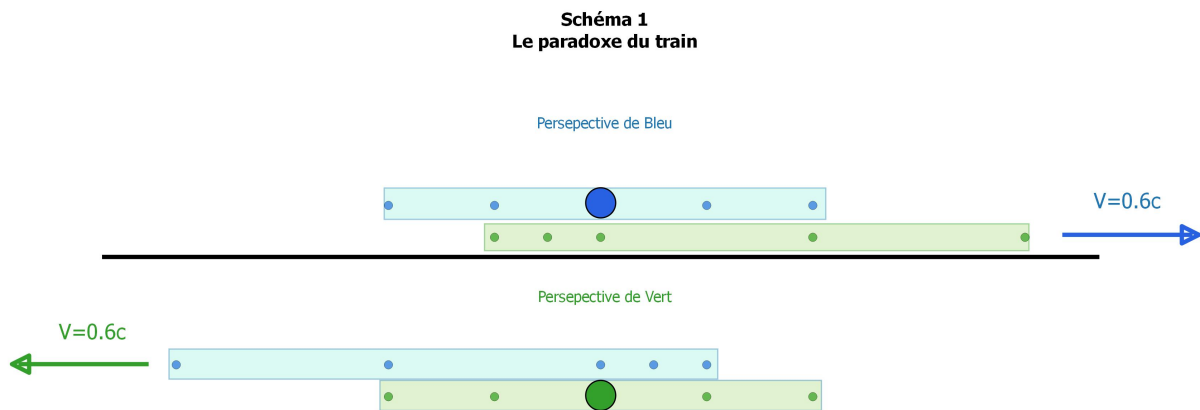
Pour J avec  $S_j = -X_j$ :

- $$X_j' = X_j * \cosh(\eta) + S_j * \sinh(\eta) = X_j * [\cosh(X_j) - \sinh(X_j)]$$
 (I.1.2)

- $$S_j' = S_j * \cosh(\eta) + X_j * \sinh(\eta) = S_j * [\cosh(X_j) - \sinh(X_j)]$$

Cela donne en application numérique pour  $V=0,6c$  :  $S_j' = 1s.l$  pour  $S_j=2s.l$ .

d'où le schéma suivant :



Pour  $V=0,6c$  nous avons les relation:  $\cosh(\eta) + \sinh(\eta) = 2$  ,  $\cosh(\eta) - \sinh(\eta) = \frac{1}{2}$  .

Ce schéma montre que la perspective de Vert et de Bleu des trains bleu et vert est réversible ; tous deux dans leur repère se voient au milieu de leur train, mais dans leur repère, les 4 s.l de la longueur de l'autre se répartissent de manière asymétrique sur 5s.l de longueur dans leur propre repère, ce qui donne que le rapport entre la longueur coordonnée du train de l'autre et la longueur propre du train de l'observateur est égal à  $\cosh(\eta) = 5/4$  . Par ailleurs, il n'y ai pas fait mention de la vitesse des trains par rapport aux voies sur lesquelles ils sont sensés se mouvoir ou pas.

## I.2 :La lanterne du mât du bateau ( l'aberration de la lumière)

Soit un train en MRU à  $V=0,6c$  par rapport à une voie. Sur un wagon se trouve un mât de  $Y'=48s.l$  de hauteur. Au pied du mât se trouve Vert et à  $T'=0s$ , Vert passe le travers de la base d'un phare de  $Y=48s.l$  de hauteur. À  $T'=48s$  ,  $T=60s$ , Vert passe le travers de Bleu, situé sur le quai d'une gare. Aux sommets du phare et du mât se trouvent deux lanternes. Du fait du temps mis par la lumière pour aller des lanternes aux observateurs Bleu et Vert, on aborde ainsi, en vertu du principe de la constance de la vitesse de la lumière dans les référentiels inertiels, le phénomène de " dilatation du temps " ce qui débouche sur le paradoxe des jumeaux de Langevin.

Mais, il est aussi possible avec la même expérience d'aborder un autre phénomène, celui de l'aberration de la lumière. En effet, à  $T'=48s$ ,  $T=60s$ , la position de Vert coïncidera avec celle de Bleu et tous deux verront les sommets du phare et du train coïncider à  $T=T'=0s$ . On en déduit, que Vert verra les sommets du mât et du phare à sa verticale selon un angle  $\alpha' = \pi/2$  tandis que Bleu verra les sommets du phare et du mât suivant un angle  $\alpha$  tel que :

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha')}{\cos(\alpha') + v/c} * \left( \frac{1}{\cosh(\eta)} \right) \quad (I.2.1) (*)$$

Le phénomène d'aberration est décrit comme une projection vers l'amont de la trajectoire de la position apparente d'une source émettant depuis un référentiel dans le référentiel, de l'observateur en MRU à V par rapport à cette source.

Mais, nous pouvons tout aussi bien utiliser les transformations de Lorentz-Poincaré pour mettre en évidence le phénomène d'aberration de la lumière puisque dans le cas présent:

$$\tan(\alpha) = Y/X \quad ; \quad \sin(\alpha') = 1 \quad ; \quad \cos(\alpha') = 0 \quad ; \quad V/c = \frac{\sinh(\eta)}{\cosh(\eta)}$$

Ce qui donne en posant  $Y = S'$  et en utilisant la formule I.2.1 que  $X = S' * \sinh(\eta)$  .

Dans un cas plus général pour  $\alpha' \neq \pi/2$  :

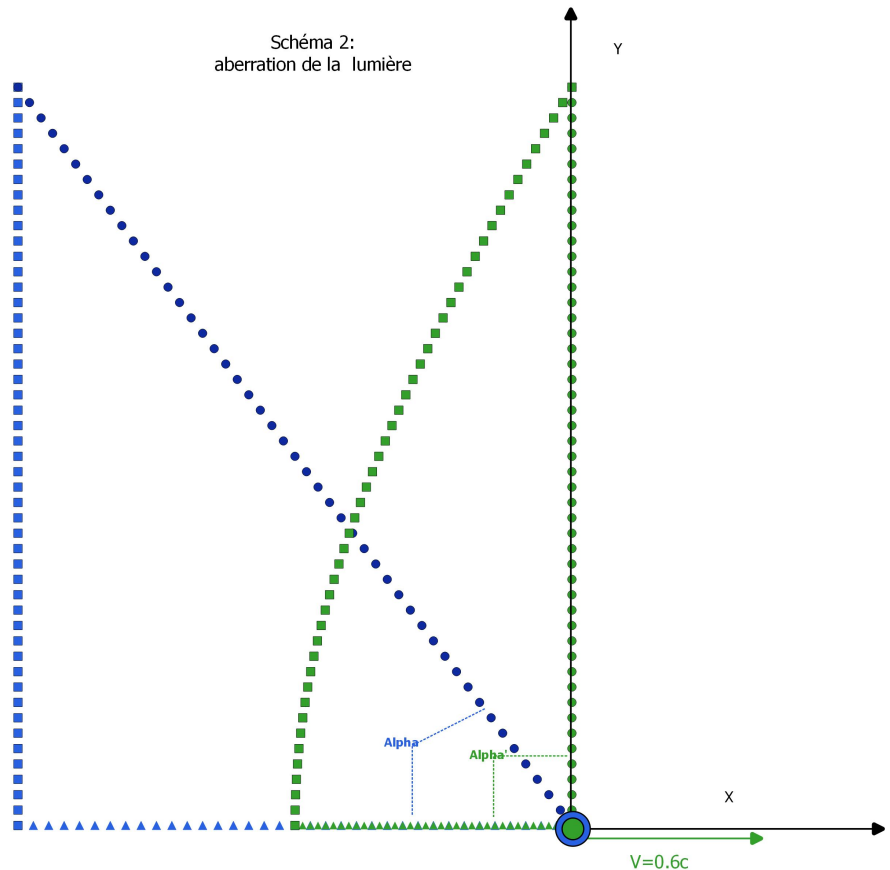
$$\tan(\alpha) = Y/X \quad ; \quad \sin(\alpha') = \frac{Y}{S'} \quad ; \quad \cos(\alpha') = \frac{X'}{S'} \quad ; \quad V/c = \frac{\sinh(\eta)}{\cosh(\eta)} \quad ;$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha')}{\cos(\alpha') + v/c} * \left( \frac{1}{\cosh(\eta)} \right) \rightarrow \frac{Y}{X} = \frac{\frac{Y}{S'}}{\left( \frac{X'}{S'} + \frac{\sinh(\eta)}{\cosh(\eta)} \right) * \cosh(\eta)} \Rightarrow X = \cosh(\eta) * X' + \sinh(\eta) * S'$$

Nous retrouvons bien la transformation de Lorentz-Poincaré pour un MRU à V suivant l'axe des x (inversés par rapport à l'axe des x présentés sur le schéma 2) et pour  $X'=0$  :  $X = S' * \sinh(\eta)$  .

A partir des coordonnées (X;Y) du phare, du mât et de la voie-ferrée à  $T=0s$  dans la perspective de Bleu, nous sommes capables d'établir grâce aux TLs (I.0.3), les coordonnées (X';Y') dans la perspective de Vert, coïncidant avec Bleu à  $T=0s$ .

(\*) sur le schéma les angles ont été positionnés dans le sens inverse de la marche du train (Vert), donc dans le sens de la marche du Chef de gare (Bleu) ; d'où la formule.



Nous voyons bien sur ce schéma que l'expérience de la lanterne du mât du bateau permet de faire apparaître le phénomène d'aberration de la lumière et ce, grâce aux TLs. Nous noterons également que si le wagon de Vert était surmonté d'une voile disposé sur un mât de 48s.l de hauteur et un espar de 18s.l de longueur ; alors, lorsque Vert coïnciderait avec Bleu, ce dernier verrait la voile de Vert triangulaire.

Certains diraient au vu de ce schéma que l'aberration de la lumière englobe l'effet Doppler voire l'inverse. Cependant, si nous restreignons l'effet Doppler et l'aberration de la lumière à leur domaine d'origine respectif, il peut s'avérer plus intuitif d'affirmer que l'effet Doppler et l'aberration de la lumière, se combinent grâce aux transformations de Lorentz-Poincaré en un effet unique : l'effet de perspective ; parce que connaissant les coordonnées caractérisant la perspective de Bleu, en utilisant les TLs, on détermine les coordonnées caractérisant la perspective de Vert. Du fait de " l'effet de perspective ", la perspective de Bleu diffère de celle de Vert.

### I.3 :L'ellipse Doppler ( l'effet de perspective)

Soit une station spatiale où se trouve l'observateur Rouge. Soit Vert à bord d'une capsule qui à T=0s accélère et s'éloigne radialement de la capsule suivant l'axe des x en accélérant continûment avec une accélération propre  $g^{\circ} = 10\text{m/s}^2$ . A T = 22 500 000s, Vert aura parcouru 7 500 000s.l et aura atteint une vitesse coordonnée  $V=0,6c$  par rapport à Rouge.

A T= 22 500 000s, Vert coïncide avec Bleu situé dans une station stationnaire à une distance de 7 500 000s.l de Rouge. La station de Rouge forme avec 359 bouées un cercle de 7 500 000s.l de rayon autour de Bleu suivant le plan (X;Y).

L'objectif ici est : connaissant la perspective de Bleu à propos du cercle, de déterminer la perspective de Vert sachant que ce dernier est en translation rectiligne uniformément accélérée.

Pour cela nous devons appliquer le principe énoncé par Wolfgang Rindler :

“ Le principe selon lequel un observateur soumis à une accélération fera les même mesures locales du temps et des distances qu'un observateur inertiel momentanément comobile avec lui. ”

En application de ce principe :

1. On détermine les coordonnées caractéristiques de la perspective d'un observateur inertiel (On choisi Bleu comme origine dans l'exemple).
2. On détermine grâce aux transformations de Lorentz-Poincaré ( formules I.0.3) les coordonnées caractéristiques de la perspective d'un observateur inertiel en MRU par rapport à Bleu à V.
3. On part du principe énoncé par Wolfgang Rindler que Vert, observateur coïncidant avec Bleu , aura la même perspective que l'observateur inertiel en MRU par rapport à Bleu et avec lequel Vert est comobile ; c'est-à-dire que sa vitesse coordonnée relative vis-à-vis de Bleu est égale à V.

: Wolfgang Rindler : INTRODUCTION TO SPECIAL RELATIVITY

( Calrendon Press . Oxford 1982)

III RELATIVISTIC OPTICS ; 17 the Doppler effect (page 47)

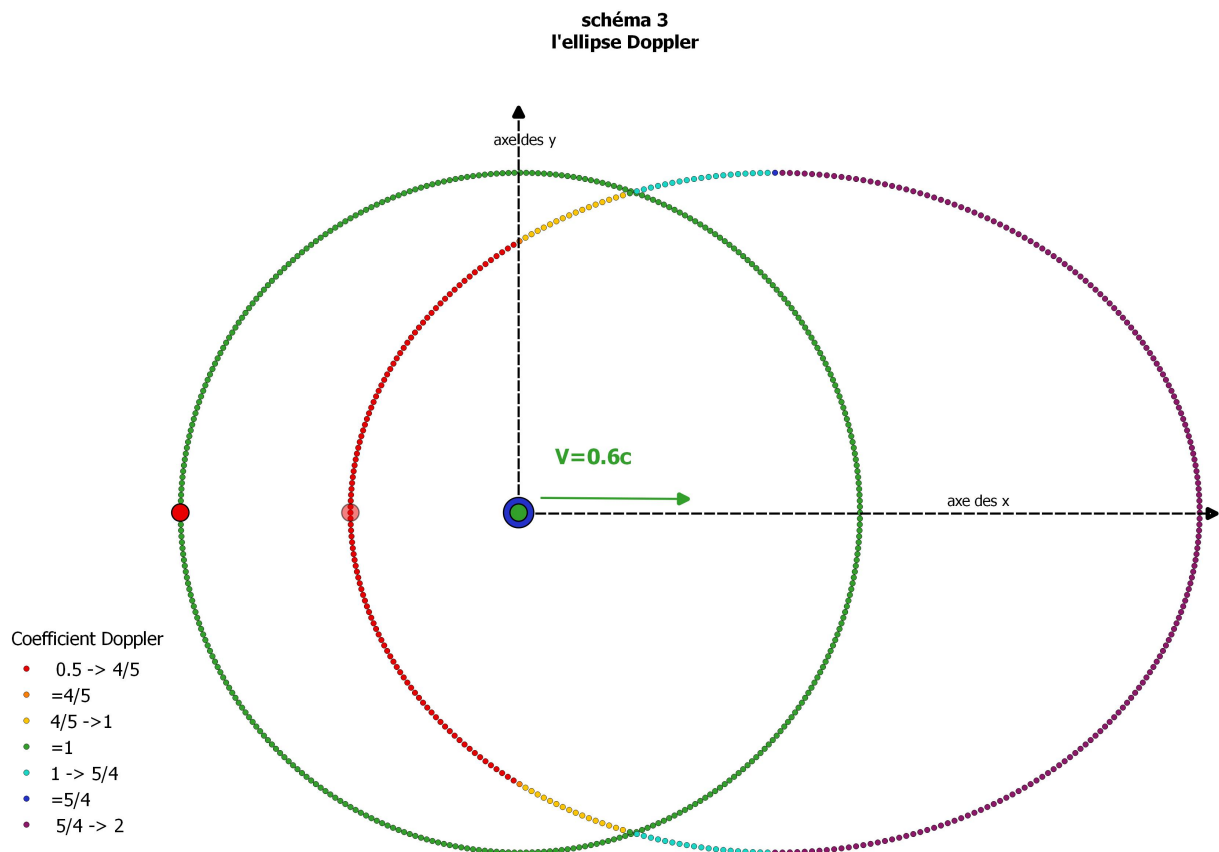
$$\text{“ } \frac{v'}{v} = \frac{1+(v/c)\cos\alpha}{(1-v^2/c^2)^{1/2}} \text{ (17.3)}$$

This formula allows us, when convenient, to evaluate the Doppler ratio in one inertial frame and then transform it to the frame of interest. This is just what we would do, for example, the source were at rest in an inertial frame through which the observer moves non-uniformly. In such case, however, we need another conceptual tool :

The principle that an accelerating observer makes the same local time and distance measurements as an inertial observer momentarily comoving with him. This follows from the length and clock hypotheses made in Section 11.

A simple case in point is the frequency shift between a source at the center of a rapidly turning rotor, and an “ observer ” ( a piece of apparatus) at the rim, which moves, let us say, with linear velocity  $v$ . Setting  $\alpha=90^\circ$  and  $v = v_0$  in (17.3), we find  $v'=v_0\gamma(v)$  for the observed frequency of a source of proper frequency  $v_0$ . This, of course , is entirely due to the time dilatation of the moving observer. The experiment was performed – With a view to demonstrating such time dilatation – by Hay, Schiffer, Cranshaw, and Engelstaff in 1960, using Mössbauer resonance. Agreement with the theoretical predictions was obtained within an expected experimental error of a few percent. Moreover, The experiment furnished some validation of the clock hypothesis, for the “ clock ” at the receiver was clearly accelerated (up to about  $6 \cdot 10^4 g$ , in fact), and no measurable effect of this acceleration could be detected.

Nous obtenons ainsi le schéma suivant :



Ce schéma illustre bien “ l’effet de perspective ” , c’est-à-dire la combinaison de l’effet Doppler et de l’aberration de la lumière, et, selon le principe de Wolfgang Rindler, la perspective de Vert lorsqu’il coïncide avec Bleu est lié à la perspective de Bleu par les TLs , parce que seule la vitesse coordonnée de Vert vis-à-vis de Bleu à cet instant importe et que son accélération propre, que ce soit en amplitude ou en direction, n’a aucune influence sur la perspective de Vert.



## II. Le mouvement circulaire uniforme.

Albert Einstein : THE FOUNDATIONS OF GENERAL RELATIVITY (1915)

§3 : Le continuum espace-temps. Nécessité de la co-variance générale pour les équations décrivant les lois générales de la nature.

“ Dans un espace libre de tout champs de gravitation, nous introduisons un système galiléen de référence  $K(x,y,z,t)$  et aussi un système de coordonnées  $K'(x',y',z',t')$  en rotation uniforme relativement à  $K$ . Plaçons les origines des deux systèmes, de manière à ce que leurs axes  $z$  coïncident en permanence. Nous devons montrer que pour une mesure espace-temps dans le système  $K'$ , la définition du sens physique des longueurs et temps ne peut être maintenue. ”

“ En mécanique classique comme en relativité restreinte, les coordonnées de l'espace et du temps ont un sens physique direct. Pour dire qu'un point événement a la coordonnée  $X_1$ ,  $x_1$  veut dire que la projection du point-événement sur l'axe  $X_1$ , déterminé par la baguette rigide et en accord avec les règles de la géométrie euclidienne, est obtenue en mesurant à partir d'une baguette donnée (unité de longueur)  $x_1$  fois depuis l'origine des coordonnées le long de l'axe  $x_1$ . Pour dire qu'un point événement a la coordonnées  $X_4$ ,  $x_4 = t$  veut dire qu'une horloge standard, fabriquée pour mesurer le temps avec une période de temps définie, et qui est stationnaire relativement au système de coordonnées et coïncide pratiquement dans l'espace avec le point événement (\*), aura mesuré  $x_4=t$  périodes à l'occurrence de l'événement.

(\*) Nous assumons la possibilité de vérifier « la simultanéité » pour les événements dans le voisinage de la coïncidence immédiate de l'espace-temps, sans donner une définition de ce concept fondamental. ”

**“ Pour des raisons de symétrie, il est clair qu'un cercle autour de l'origine sur le plan  $X,Y$  de  $K$  doit être, en même temps, vue comme un cercle dans le plan  $X', Y'$  de  $K'$ . ”**

“ Nous supposons que la circonférence du diamètre de ce cercle a été mesuré par une unité de mesure infiniment petite comparé au rayon, et nous avons le quotient de des deux résultats. Si l'expérience a été réalisée avec une baguette de mesure relativement au référentiel galiléen  $K$ , le quotient sera égal à  $\pi$ . Avec une baguette de mesure au repos relativement à  $K'$ , le quotient sera plus grand que  $\pi$ . ”

“ Cela se comprend facilement si nous envisageons l'ensemble du processus de mesure depuis le système « stationnaire »  $K$ , et prenons en considération **que la règle de mesure appliquée à la périphérie est soumise à la contraction tandis que celle appliquée le long du rayon pas**. En conséquence la géométrie euclidienne ne s'applique pas à  $K'$ . La notion de coordonnée définie au-dessus, qui présuppose la validité de la géométrie euclidienne, s'effondre ainsi avec le système  $K'$ , indiqué au repos dans le système  $K$

Pour nous convaincre nous-même de cette impossibilité, nous devons juste imaginer deux horloges de constitution identiques placées, l'une à l'origine des coordonnées, et l'autre sur la circonférence du cercle, et toutes deux envisagées du point de vue du système  $K$ . Un observateur à l'origine commune des coordonnées, capable d'observer l'horloge de la circonférence avec des moyens lumineux, verra ainsi son décalage avec l'horloge derrière lui. Comme il ne se dira pas que la vitesse de la lumière le long du chemin dépend explicitement du temps, il interprétera son

observation comme démontrant que l'horloge à la circonférence bat « réellement » plus lentement que l'horloge située à l'origine. Donc il devra être obligé de définir le temps de telle manière que la marche de l'horloge dépende de la position de l'horloge.

Nous obtenons ainsi ce résultat : dans la théorie de la relativité générale, l'espace et le temps ne peuvent pas être définis de telle manière que la différence des coordonnées spatiales peuvent être mesurées par des baguettes de mesure unitaires, ou que les décalages temporels par des horloges standard . ”

nous pouvons formuler au moins deux objections à la description du mouvement circulaire donné par Albert Einstein :

- En premier lieu, le phénomène d'aberration de la lumière n'est pas pris en compte. Comme démontré avec l'ellipse Doppler, ce qui apparaît comme un cercle par rapport à un observateur stationnaire vis-à-vis des éléments constitutifs de ce cercle n'apparaîtra pas comme tel pour un observateur coïncidant avec une vitesse relative  $V$  par rapport au Stationnaire.
- Un observateur situé sur le bord d'un anneau en rotation est soumis à une accélération de pesanteur ( force centrifuge). Comment peut-on alors affirmer que la règle appliquée à la périphérie est soumise à la contraction des longueur tandis que celle appliquée au rayon pas alors que l'objet du paragraphe est de démontrer que pour cet observateur, la définition du sens physique des longueurs ne peut être maintenue ? (\*)

En fait, l'affirmation “ **Pour des raisons de symétrie, il est clair qu'un cercle autour de l'origine sur le plan X,Y de K doit être, en même temps, vue comme un cercle dans le plan X', Y' de K'.** ” est erronée parce que bien qu'elle soit vraie et nécessaire en cinétique newtonienne, elle ne l'est plus en relativité restreinte et Einstein émet ici un postulat supplémentaire d'où découle sa description.

En plus, elle est contradictoire avec le principe énoncé par Wolfgang Rindler. Pour s'en convaincre, nous reprendrons le schéma 2 et imaginerons qu'au lieu de se trouver à la base d'un mât de 48s.l de hauteur, Vert se trouve à la base d'une grand-roue de 48s.l de rayon.

(\*) cette objection sera détaillée dans la partie III.1 consacrée au paradoxe d'Ehrenfest de cet article.

## II.1 Le circuit-looping

Soit un train de capsules de 450s.l de longueur en MRU à  $V= 0,6c$  par rapport à une voie spatiale.

Vert, le Conducteur du train parce qu'il se trouve à l'avant du train, croisera à  $T=Tv'=0s$ , Bleu, le Chef de gare, qui se trouve à la base d'un phare de  $Y=57,297s.l$  de hauteur au sommet duquel se trouve Orange, le Gardien du phare ; c'est-à-dire à une distance  $S=57,297s.l$  de lui.

Dans sa perspective, lorsque Vert passera le travers de Bleu, il verra Orange aux coordonnées

$$X' = \sinh(\eta) * S = 42,972 s.l \quad \text{et} \quad Y' = Y = 57,297 s.l \quad ; \text{ soit à une distance :}$$

$$S' = \cosh(\eta) * S = 71,612 s.l \quad .$$

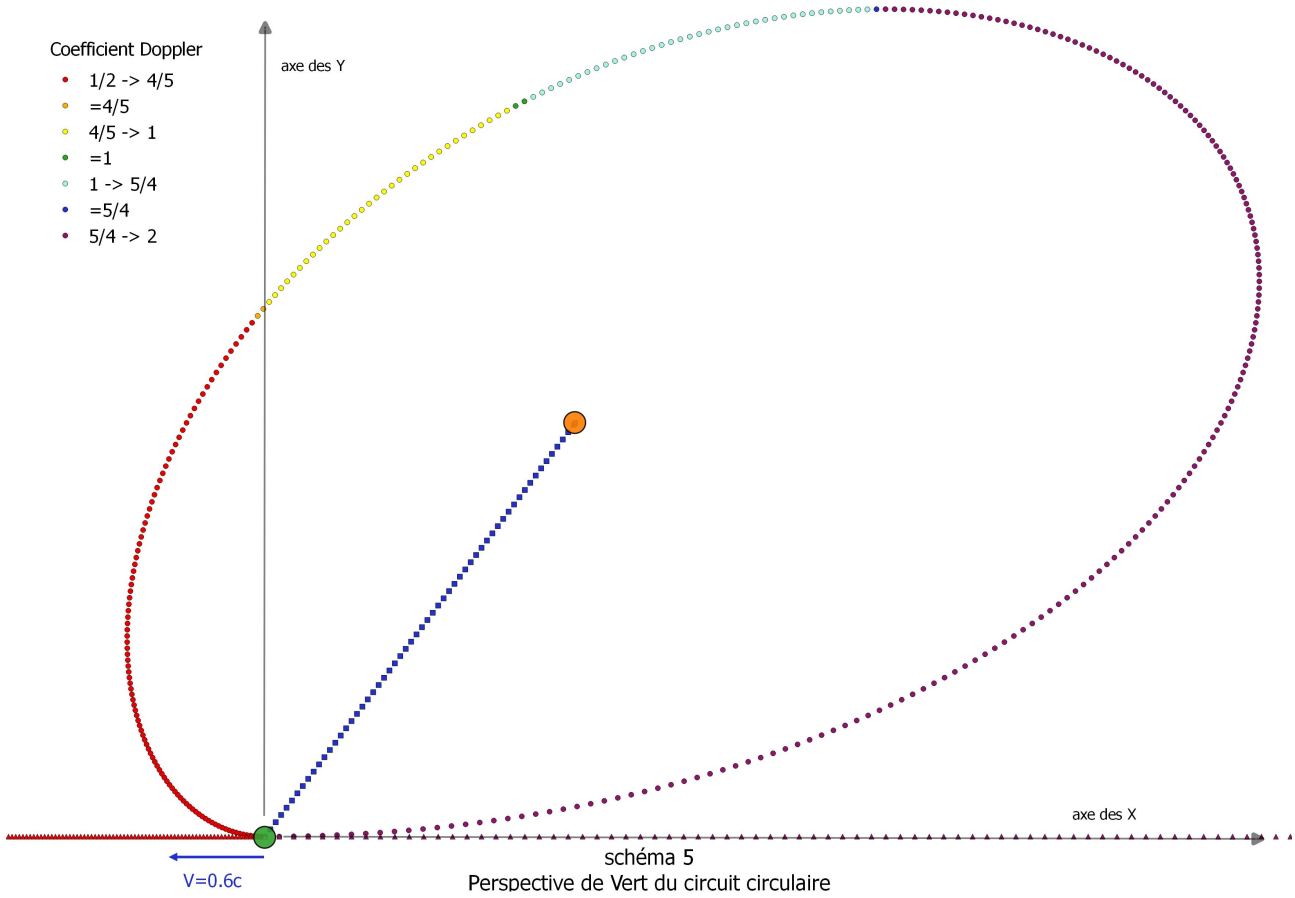
Bleu se trouve également à la base d'une boucle circulaire de  $C^\circ = 360s.l$  qui sera traversée par le train en une période  $T^\circ=600s$ . La nature circulaire du mouvement est imposée par l'environnement externe du train.



Soit Vert le conducteur en tête d'un train arrivant sur Bleu par la gauche en MRU à  $V=0,6c$ .

Lorsque Vert arrive au niveau de Bleu à  $T=Tv'=0s$ , il aborde la boucle en ce sens qu'il ressent une accélération de pesanteur due à la force centrifuge s'exerçant sur lui. Conformément au principe de Wolfgang Rindler, sa perspective du circuit correspond à celle d'un observateur en MRU par rapport à Bleu à  $V=0,6c$  sur une voie parallèle et comobile avec Vert.

Ce qui donne le schéma suivant :



Pour Bleu : un point P du circuit a pour coordonnées :

$$Xp = -R * \sin(\alpha) \quad ; \quad Yp = R - R * \cos(\alpha) \quad \text{d'où} \quad Sp = \sqrt{Xp^2 + Yp^2} \quad (\text{II.1.1})$$

ce qui donne les coordonnées de P dans la perspective de Vert :

$$Xp' = Xp * \cosh(\eta) + Sp * \sinh(\eta) \quad ; \quad Yp' = Yp \quad ; \quad Sp' = Sp * \cosh(\eta) + Xp * \sinh(\eta) \quad (\text{II.1.2})$$

Le calcul de  $Sp'$  est important parce qu'il permet de calculer le coefficient Doppler :

$$Dv' = \frac{Sp'}{Sp} \quad (\text{II.1.3})$$

Les coordonnées  $X_{p'}$  et  $Y_{p'}$  nous permettent de situer la position de P dans la perspective de Vert et nous constatons que le circuit n'apparaît plus circulaire dans la perspective de Vert mais ovoïdale ; c'est-à-dire vaguement ovale. Par transitivité de rotation, Vert verra tous les  $\Delta(T^{\circ'}/360)$ , où  $T^{\circ'}$  est la période de révolution de Vert autour de Orange, Bleu parcourir les point du circuit-looping dans le sens horaire d'une montre. En procédant à la moyenne des  $Dv'$ , nous trouvons que en moyenne, Bleu aura vieilli  $\cosh(\eta)$  plus vite que Vert parce que  $Dv'$  indique, à l'instant où est faite la mesure, la vitesse de marche de l'horloge de la source par rapport à celle de l'observateur.

Nous en déduisons donc que  $T^{\circ'} = \frac{T^{\circ}}{\cosh(\eta)} \rightarrow T^{\circ'} = 480s$  pour  $V=0,6c$ .

Soit Rouge en queue de train. Lorsque Vert achève sa boucle et coïncide une seconde fois avec Bleu à  $T = 600s$ , Rouge coïncide avec Bleu et aborde la boucle à son tour. La vitesse du train étant constante (\*), Bleu voit donc une longueur d'1s.l de longueur de train défiler toutes les 1,3333s. La longueur du train lorsque Vert et Rouge coïncideront avec Bleu à  $T=600s$  sera de :

$$L^{\circ'} = C^{\circ} * \cosh(\eta) = T^{\circ} * \sinh(\eta) .$$

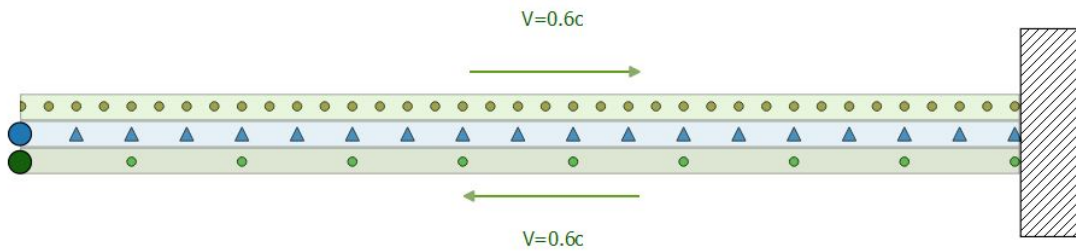
C'est relations sont les mêmes que celles décrites par A.Einstein dans le paragraphe 3 de son article, mais la différence vient ici du fait que lorsque l'observateur mesure le rapport entre la longueur

propre du train (circonférence) et le rayon  $R'$ , il trouve que  $\frac{L^{\circ'}}{R'} = \frac{C^{\circ}}{R} = 2 * \pi$  .

Par ailleurs, si on calcule la circonférence de l'ovoïde dans la perspective de Vert, nous ne retrouvons pas la longueur  $L^{\circ'}$ . Ce qui apparaît comme un argument pour réfuter cette présentation n'en est pas un parce qu'il n'y a que dans les **référentiels inertiels** où les longueurs propres correspondent aux longueurs coordonnées.

Par exemple : Imaginons que à  $T=0s$ , Vert passe le travers d'une station et se dirige à  $V=0,6c$  vers un mur situé à 18s.l de la station contre lequel il rebondira en un choc élastique parfait. On imagine également que Vert traîne derrière lui un ruban métré en s.l. A  $T=30s$ , Vert rebondit contre le mur. A  $T=48s$ , Bleu, un observateur de la station voit Vert rebondir contre le mur et, en  $T=48s$ , cet observateur aura vu défiler une longueur propre de ruban de 36s.l. Bleu voit Vert revenir vers lui en une durée propre de 12s, durée pendant laquelle il verra défiler une longueur de ruban de 9s.l. En conséquence, en  $T=60s$ , Bleu aura vu défiler 45s.l du ruban que traîne Vert et qui vont se répartir inéquitablement sur les 18s.l de voie :  $36s.l = 18s.l * 2$  pour la partie du ruban que Bleu n'aura pas encore vu rebondir contre le mur et  $9s.l = 36s.l / 2$  pour la partie du ruban que Bleu aura vu rebondir lorsque Vert repassera à son niveau.

(\*) On néglige ici le moment d'inertie liée à la rotation du train sur lui même qui sera à déduire de l'énergie cinétique et induira un freinage du train s'il n'est pas compensé ( par une accélération ) et ce , alors que le train est supposé être plongé dans le vide spatial et que la train est à sustentation magnétique et n'est pas en contact avec la voie.



Lorsque Vert passera de nouveau le travers de Bleu, il verra la même chose que lui mis à part que le mur ne sera pas éloigné dans sa perspective de 18s.l mais de 9s.l. Pour Vert le voyage aller de Bleu vers le mur tout comme le voyage retour du mur vers Bleu aura duré 24s. Lorsque Vert atteint le mur, il peut voir 9s.l de son ruban être répartis uniformément entre Bleu et le mur. Par contre, durant le voyage retour, Vert croise la partie du ruban, qu'il traîne et qui n'a pas encore rebondi contre le mur, à la vitesse relative de  $\frac{15}{17}c$ . Du fait de cette vitesse relative, lorsqu'il passera de nouveau le travers de Bleu, Vert croisera en 24s : 36s.l = 9\*4 du ruban qu'il traîne et qui n'a pas encore rebondi contre le mur + 9s.l du ruban qu'il traîne et qui aura rebondi contre le mur.

Dans son référentiel, ici les 45s.l du ruban qu'il traîne, les 36s.l de longueur propre du ruban qui n'ont pas rebondi contre le mur, sont répartis sur 9s.l de longueur coordonnée dans la perspective de Vert.

## II.2 Le train.

Cela explique pourquoi si, en calculant le périmètre de l'ovoïde du schéma 5, nous trouvons une longueur coordonnée de 428,27s.l au lieu de la longueur propre de 450s.l ; lors d'une rotation Vert ne se trouve plus dans un référentiel inertiel et, la longueur coordonnée d'un point de ce référentiel ne correspond plus forcément à sa longueur propre et que dans ce cas, au bout d'un tour, Vert verra les 450s.l de longueur propre du train être répartis sur un périmètre de 428,27s.l de longueur coordonnée.

Les wagons mesurant dans l'exemple 1s.l de longueur, Bleu, le Chef de gare à la base de la boucle circulaire de 57,297s.l de rayon et de 360s.l de circonférence, verra défiler un wagon tous les

$1,3333s = T^\circ/L^\circ$ . Au bout d'un instant  $Te = \frac{L'}{\sin(\eta)}$ , Vert a parcouru une longueur  $L = V * Te$

de la circonférence de la boucle mais il ne voit pas Bleu à l'instant  $Te$  parce qu'il se trouve à une distance  $Se = \sqrt{Xe^2 + Ye^2}$  de Bleu avec :

$$Xe = -R * \sin(\alpha) ; Ye = R - R * \cos(\alpha) \text{ et } \alpha = \frac{V * Te}{R} \quad (\text{II.2.1})$$

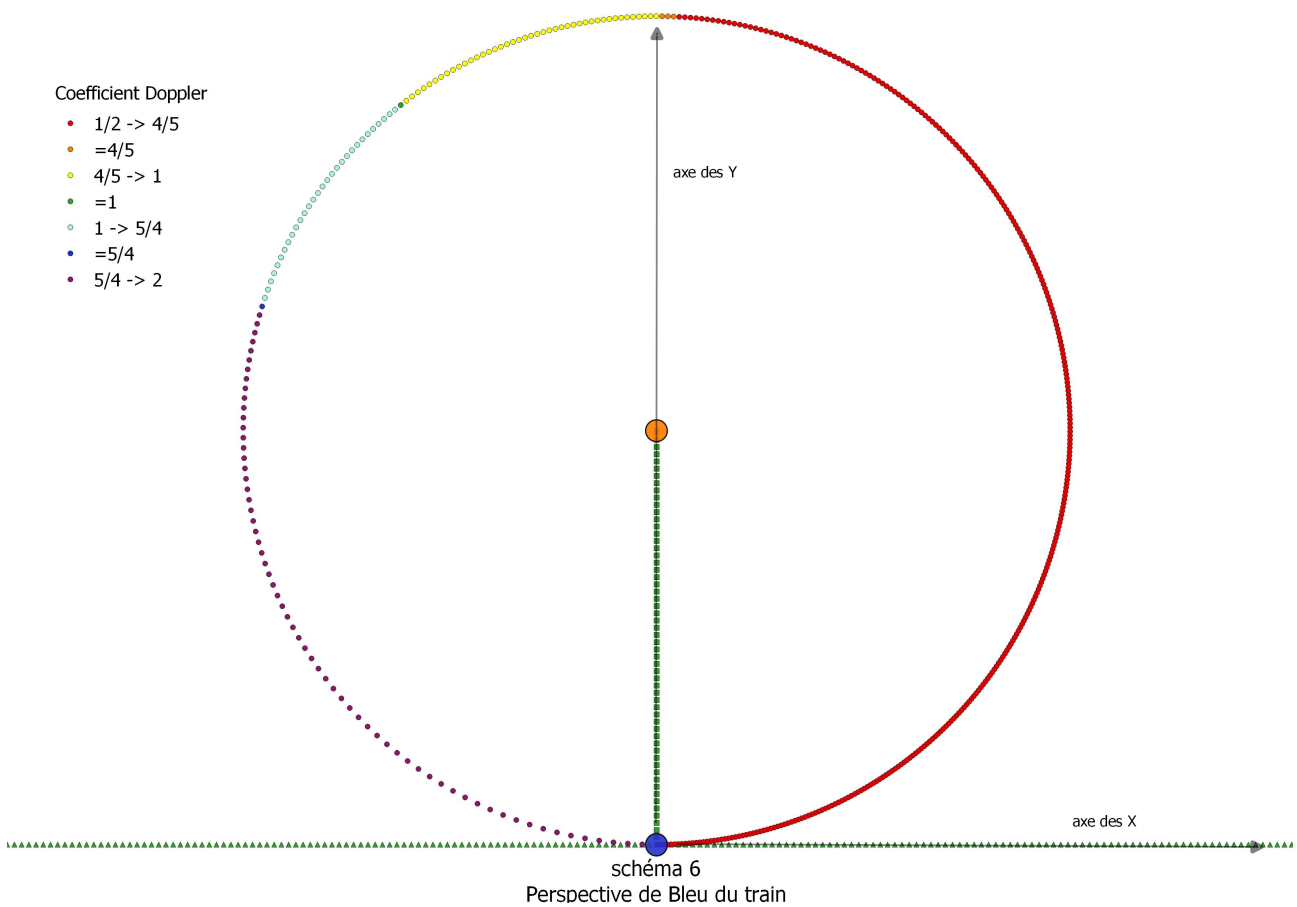
Sauf à l'instant où il aura fait le tour complet de la boucle à  $T=600s$ , l'instant de réception  $Tr$  ne correspondra pas à  $Te$ .

Posons  $T_0 = Te + Se$ . Vert se trouve à  $T_0$  à la position :

$$X_0 = -R \cdot \sin(\alpha_0) \quad ; \quad Y_0 = R - R \cdot \cos(\alpha_0) \quad \text{avec} \quad \alpha_0 = \frac{V \cdot T_0}{R} \quad \text{et se trouve à cet instant à une}$$

distance  $S_0 = \sqrt{X_0^2 + Y_0^2}$  de Bleu.

Posons  $T_1 = Te + S_0$  : Si  $T_1 = T_0$  alors, cela veut dire qu'à l'instant  $T_1$ , Vert verra Bleu à l'instant  $Te$  et qu'il y verra une longueur  $L'$  de train répartis sur une longueur  $L$  de circuit. Si ce n'est pas le cas il faut calculer  $T_2 = Te + S_1$  puis recommencer les opérations précédentes et vérifier si  $T_2 = T_1$  et si ce n'est pas le cas recommencer l'enchaînement des opérations autant de fois que nécessaire jusqu'à ce que l'on puisse considérer que  $Tr \simeq Te + Sn$ . Comme il faudra appliquer cette méthode du gendarme pour les 450 wagons, le plus simple est de sélectionner la précision désirée et de réitérer l'opération pour que quelle puisse être la longueur du train considérée,  $Tr \simeq Tn = Te + Sn$ .



Il nous faut maintenant calculer le coefficient Doppler  $Dv = \frac{Sp}{Sp'}$  des point P.  $Sp$  et  $Xp$  ont été calculés précédemment et correspondent à la distance apparente séparant Vert de Bleu à l'instant  $T_r$  et à la coordonnée spatiale de P sur colinéaire à la vitesse tangentielle. En application du principe de Rindler, nous pouvons utiliser la TL suivante pour calculer  $Sp'$  :

$$Sp' = Sp * \cosh(\eta) + Xp * \sinh(\eta) \quad (II.1.2)$$

De là, nous en déduisons  $Dv$  pour chacun des 450 points se répartissant sur la boucle circulaire et correspondant à la perspective de Bleu du train lorsque Vert achève sa boucle à  $T=600s$  et croise Rouge qui s'y engage. Et, si nous faisons la moyenne des décalages Doppler, nous trouvons

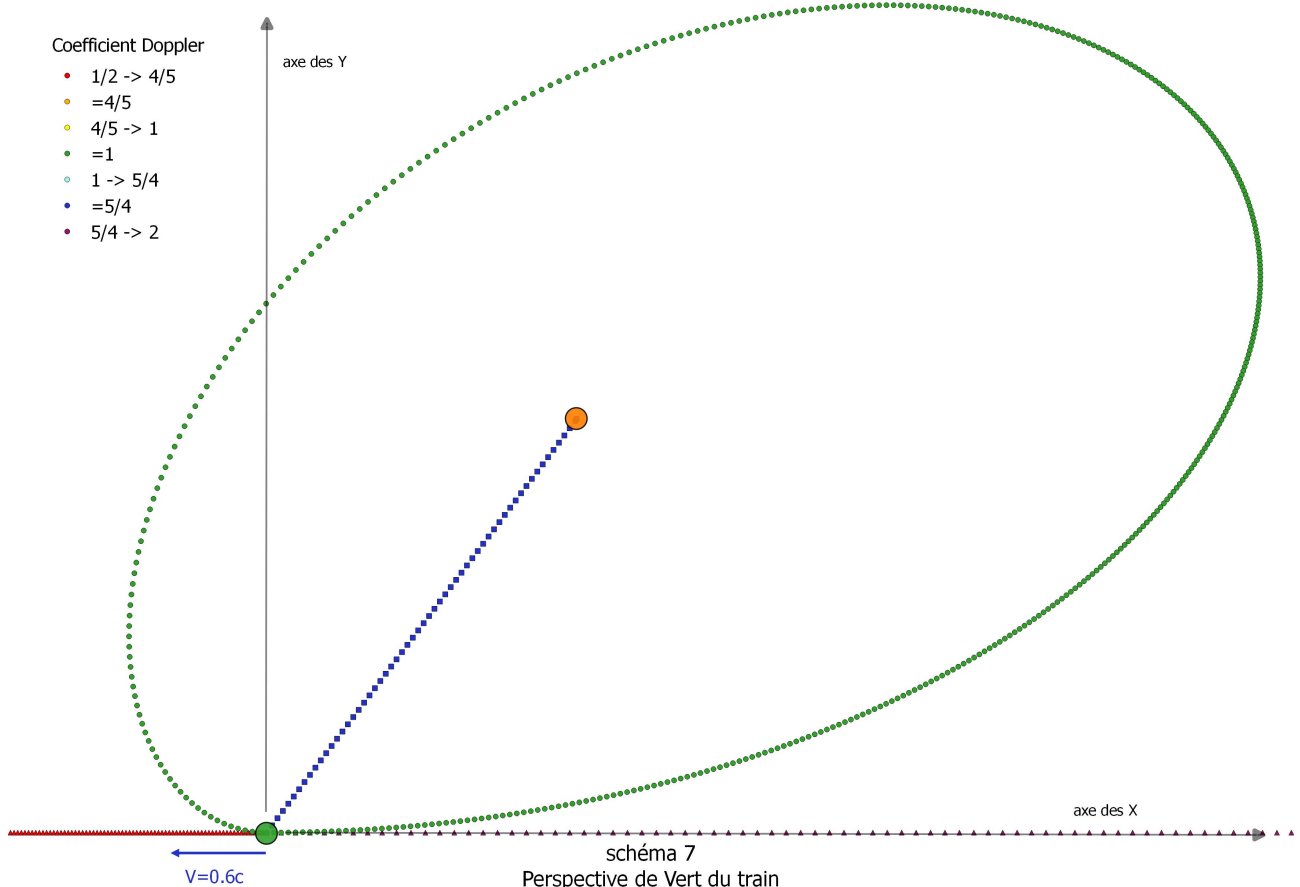
$$0,8 = 4/5 = \frac{1}{\cosh(\eta)}$$

ce qui veut dire que toutes les 1,3333s, Bleu voit Vert passer d'un point à l'autre et son horloge s'incrémenter de  $4/3 * Dv$  secondes et au bout d'une durée  $T=450s$ , Bleu aura vu vieillir Vert de  $600 * 0,8 = 480s$ .

Maintenant, nous allons déterminer la perspective de Vert du train dont les 450s.l de longueur vont se répartir sur l'ovoïde, c'est-à-dire, sa perspective du circuit circulaire. Nous avons pour cela besoin des TLs :

$$Xp' = Xp * \cosh(\eta) + Sp * \sinh(\eta) \quad (II.1.3)$$

$$Yp' = Yp$$





A  $T=600s$ , Vert voit la voie redshiftée/blueshiftée selon que la portion de celle-ci se trouve en amont ou aval de la trajectoire de Vert, et Vert voit les horloges du train battre le même rythme que la sienne car en dépit du fait que les wagons du trains ne soient pas répartis équitablement sur l'ovoïde. S'il y avait un décalage Doppler  $D_p$  traduisant un décalage de la vitesse apparente de marche des horloges du wagon par rapport à la sienne et si, au lieu de faire un tour, Vert doit en faire plusieurs tours tout en maintenant une vitesse constante de  $V=0,6c$ , ce serait le cas d'une bobine ; alors, toutes les  $480s$ , Vert verrait ce décalage s'incrémenter et se cumuler de  $N*480*D_p$  où  $N$  est le nombre de spires de la bobine. Au final, lorsque le wagon considéré aurait achevé ses boucles et sortirait la bobine, son horloge serait désynchronisée avec celle de Vert ce qui n'est pas possible. En effet :

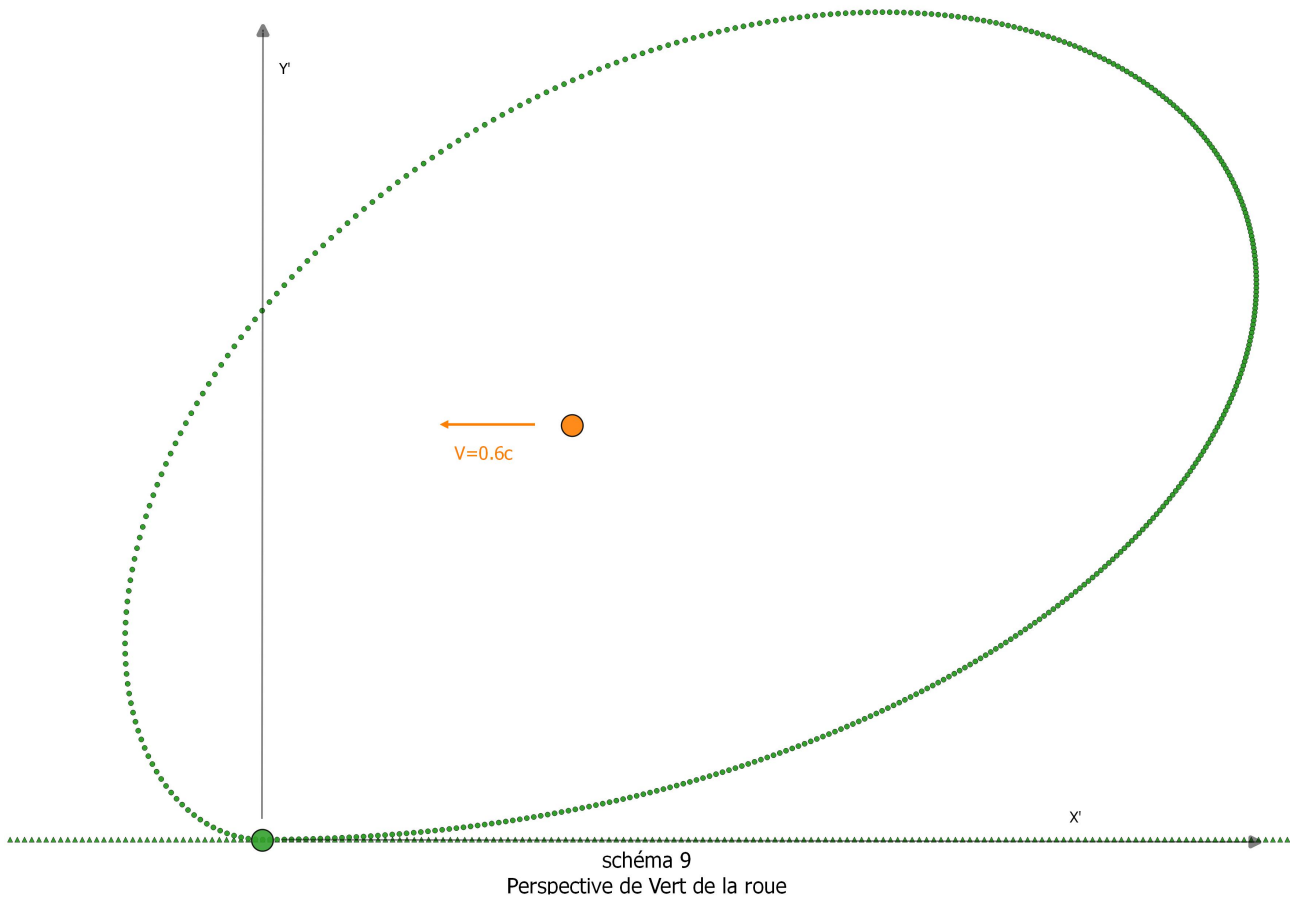
- A  $T=0s$  : Vert coïncide avec Bleu et tous deux voient l'horloge de Rouge afficher  $H_r'=-450s$ .
- A  $T=600s$  : L'horloge de Vert affiche  $H_v' = 480s$  et Bleu ayant vu vieillir Rouge 2 fois plus vite que lui, nous en déduisons que  $H_r' = -450+1200=750s$
- A  $T=1200s$  : Bleu aura vu vieillir Vert 2 fois moins vite que lui depuis qu'il a achevé son tour de boucle. Bleu verra donc l'horloge de Vert afficher l'heure  $H_v'=480+300=780s$
- A  $T=1200s$  :  $T_r'=750+480=1230s$ , Rouge achève son tour et voit l'horloge de Vert afficher l'heure  $H_v = T_r'-450 = 780s$ .

Cela démontre que pour un mouvement circulaire uniforme, les horloges du train ne peuvent souffrir d'un décalage Doppler du fait de la rotation.

### III. La roue en rotation.

Imaginons à présent la situation suivante : le train mesure à présent une longueur  $L' = 450 \times 3 = 1350 \text{s.l.}$  Vert se trouve au niveau du premier tiers du train et Rouge au niveau du second tiers du train.

À  $T=600\text{s}$ , Vert achève sa boucle et Rouge s'engage dans la boucle ; tous deux voient donc l'avant et l'arrière du train à équidistance de  $450\text{s.l.}$  Voici la perspective de Vert et de Rouge à cet instant :



Du fait du déplacement relatif du train par rapport à la voie, Orange verra la partie du train engagée dans la boucle redshiftée d'un facteur de Lorentz et la partie non engagée d'un redshift/blueshift qui dépendra de la distance séparant le wagon considéré de Orange dans les deux perspectives.

Ce qui donne perspective du train selon Orange :

En  $T=600\text{s}$ , Bleu voit Vert vieillir sur un tour de  $480\text{s}$ , soit un rapport de  $480/600=0,8$ . L'horloge de Orange battant au même rythme que celle de Bleu, pour des raisons de symétrie, toutes les secondes, Orange verra Vert vieillir de  $0,8\text{s}$  et verra à  $T=657,297\text{s}$ , les  $450\text{s.l.}$  de la longueur du train répartis uniformément sur les  $360\text{s.l.}$  de circonférence de la boucle circulaire.

Nous voyons également en regardant le schéma 10, que décrire un train de longueur indéterminée en MRU à  $V$  sur une voie et dont une partie effectue une rotation sur une boucle circulaire revient à décrire une roue en rotation autour de Orange à  $V$  et roulant le long d'une route de longueur indéterminée.

Coefficient Doppler

- 1/2 -> 4/5
- =4/5
- 4/5 -> 1
- =1
- 1 -> 5/4
- =5/4
- 5/4 -> 2

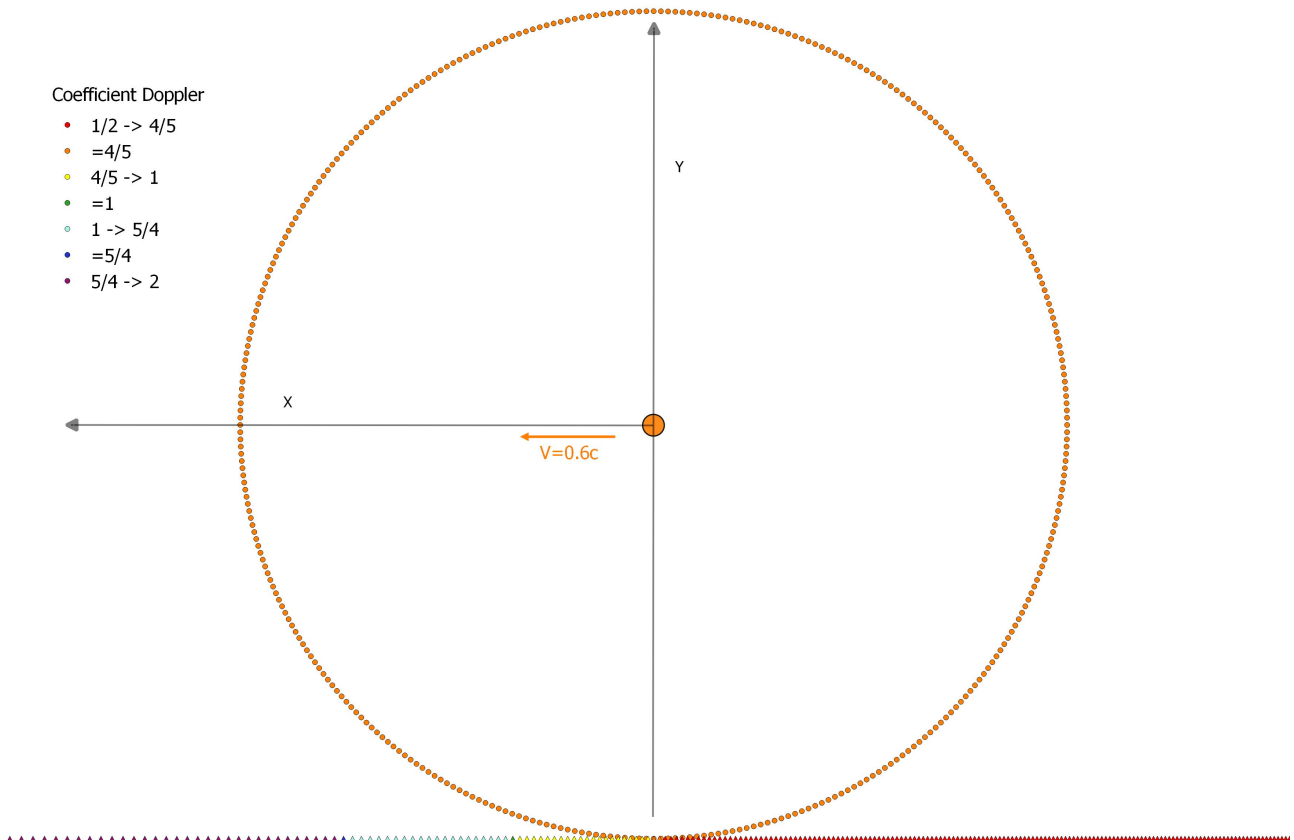


schéma 10  
Perspective de Orange de la roue

Sur ce schéma, Orange est en MRU le long de l'axe x à  $V=0,6c$ . La roue est matérialisée par un anneau dans la perspective de Orange de 360s.l de circonférence mais dans lesquels se concentrent une longueur propre de 450s.l du fait de sa rotation autour de Orange à  $V=0,6c$ .

Imaginons un anneau de  $C^{\circ'} = 450 \text{ s.l}$  de circonférence et de rayon  $R^{\circ'} = \frac{C^{\circ'}}{2 * \pi} = 71,612 \text{ s.l}$  au repos sur une route de longueur indéterminée. Imaginons ensuite que l'anneau se mette en rotation et roule sur la route à des vitesses croissantes, alternant périodes d'accélération et de roue libre pour permettre à Orange dans une capsule de se repositionner au centre de la roue après chaque période d'accélération.

Plus la vitesse de rotation de la roue est importante et plus la circonférence de la roue dans la perspective de Orange deviendra petite car  $C^{\circ} = \frac{C^{\circ'}}{\cosh(\eta)}$ , il en va de même de son rayon pour

les même raisons :  $R^{\circ} = \frac{R^{\circ'}}{\cosh(\eta)}$  et nous obtenons une relation fondamentale :

$$\frac{C^{\circ}}{R} = \frac{C^{\circ'}}{R^{\circ'}} = 2 * \pi \quad (\text{III})$$

Cette relation est très différente de celle proposée par Einstein dans sa description du mouvement circulaire uniforme.

**Note :** Le fait que la distance apparente entre Vert et le centre de rotation (Orange) dans la perspective de Vert soit égale au rayon propre de l'anneau  $R^o=R'$  peut être trompeur car nous pourrions être tentés de tirer un trait entre Vert et Orange et de le définir comme étant le rayon d'une roue. Ce serait une erreur étant donné que ce segment représenté sur le schéma 7 correspond sur le schéma 6 au corps du phare dans la perspective de Orange et ne peut donc correspondre au rayon d'une roue en rotation autour de Orange.

### III.1 Le paradoxe d'Ehrenfest.

Pour étudier ce paradoxe, nous allons nous référer à un article d'André Metz :

**Les problèmes relatifs à la rotation dans la théorie de la relativité. (André Metz. Le journal de physique et le radium 1952 §2, p225.)**

Considérons un disque D en rotation par rapport à un système de Galilée S et soit  $v$  sa vitesse circonférentielle. Un observateur entraîné avec D dispose des règles graduées très courtes par rapport au diamètre du cercle : en mettant ces règles bout à bout le long du pourtour du disque, il le recouvre entièrement au moyen de l' règles de longueur unité. Si un observateur de S fait de cette figure une photographie instantanée ( par rapport à S), il trouve, pour la longueur totale, la valeur  $2\pi r$  . Mais en faisant cette opération, il a attribué à chacune des petites règles la longueur

<<contractée>>  $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$  . Donc  $l'\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=2\pi r$  et  $\frac{l'}{2\pi}$  est  $> \pi$  .

On a admis implicitement, dans ce raisonnement que le disque était plein et sans fissure à la vitesse considérée . Le résultat obtenu montre que si un disque de rayon constant passe de l'immobilité à la rotation dans un système de Galilée en restant sans fissure, *il faut que sa circonférence s'allonge* (mesurée en « longueur propre ») et si au contraire, on assujettit chacun des éléments du pourtour du disque à garder malgré le mouvement, la même longueur propre, il faut que le disque craque.

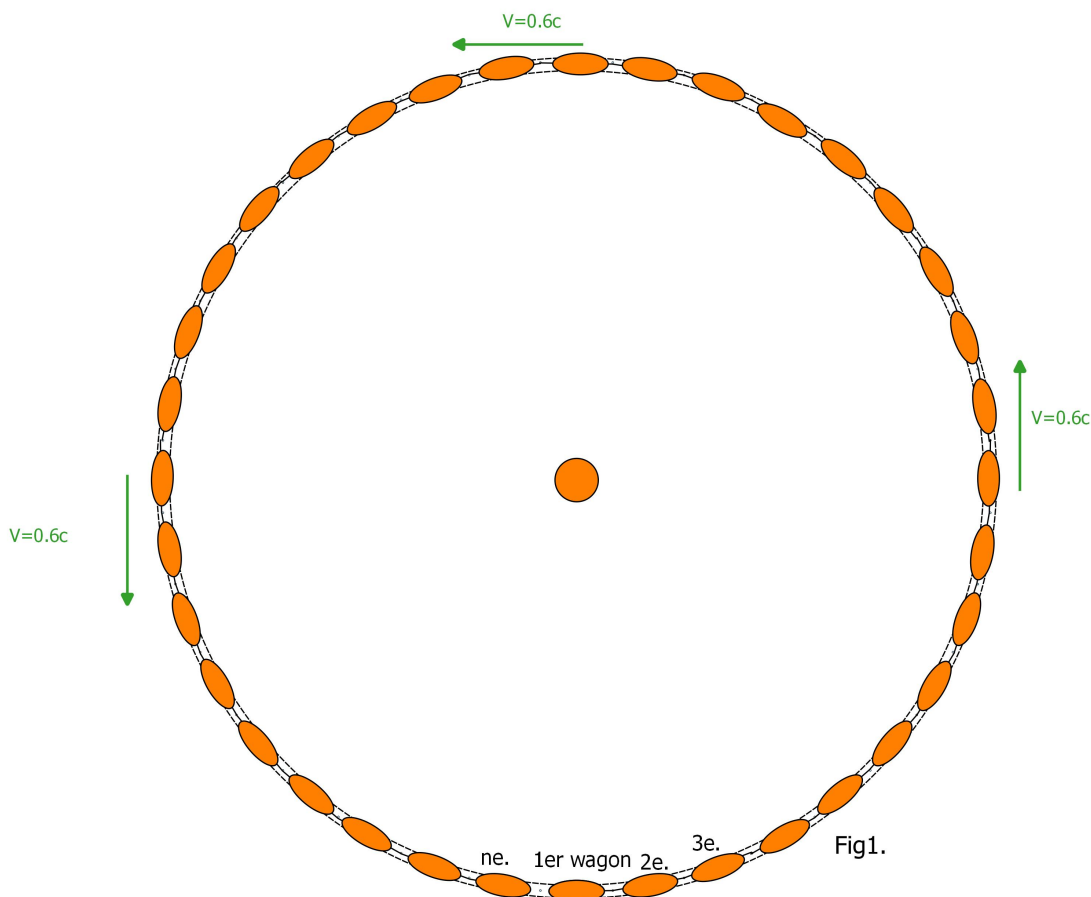
Cette dernière assertion est rendue plus évidente encore par les considérations suivantes : Soit une voie circulaire de grand rayon sur laquelle se trouve un grand nombre  $n$  de wagons de longueur unité, attachés ensemble, sauf le  $n^{ième}$  qui n'est pas attaché au premier, de sorte qu'ils forment une chaîne circulaire ouverte. Supposons qu'au repos, le  $n^{ième}$  touche le premier. Mettons le train en marche instantanément à la vitesse  $v$  sans changement de longueur propre : ....

L'idée de l'auteur consiste préalablement à amener un par un les wagons sur une voie circulaire de 36s.l de circonférence par exemple, puis à les relier les uns aux autres sauf le 1<sup>er</sup> et le 36<sup>ème</sup> ; quoi que nous pourrions le faire une fois tous les wagons au repos disposés sur la voie dont le rayon  $R=5,723s.l$  de rayon.

Ensuite, tous les wagons étant automoteurs, ils accélèrent et passent instantanément du vitesse relative nulle par rapport à la voie à  $V=0,6c$ .

Les wagons se contractent et si les points de fixation reliant les wagons entre eux ne sont pas amovibles, ils se brisent. Par contre en considérant qu'ils le sont, les wagons peuvent se contracter tout en restant reliés les uns aux autres.

L'assertion: «si un disque de rayon constant passe de l'immobilité à la rotation dans un système de Galilée en restant sans fissure, il faut que sa circonférence s'allonge», est fautive parce que dans le cas du train en rotation sur une voie circulaire, ce n'est pas le rayon propre  $R^0 = 5,273s.l$  qui pose un problème, mais le fait que le rayon de la voie  $R^o$  ne se contractera pas d'un facteur de Lorentz pour adapter sa circonférence à celle contractée de l'anneau formé par les wagons en rotation ; dans l'hypothèse où les trains et les points de fixations sont infiniment rigides.



Pour en revenir au cas du disque tournant, retenons au rayon qui, mesuré par des observateurs

entraînés avec le disque est  $\frac{2\pi}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$  donc  $> 2\pi$ .

On en a parfois déduit que le rayon devrait se contracter. Il en serait ainsi, en effet, dans le cas d'une roue dont les rayons seraient élastiques ou plastiques, c'est-à-dire susceptibles d'extension ou de contraction, tandis que la jante, au contraire, serait extrêmement rigide, possédant une cohésion parfaite et une aptitude à conserver ou à reprendre toujours et malgré tout, la même longueur propre.

Mais, lors même que ces conditions seraient supposées réalisées, il faudrait considérer cette contraction séparément, avant de traiter le problème par les formules de la Relativité (de même si l'on voulait tenir compte d'une extension mécanique due par exemple à la force centrifuge).

En effet, ces formules stipulent que les éléments perpendiculaires au mouvement restent inaltérés. Si le rayon est constant et si la cohésion de la matière du disque l'empêche de se fissurer, il y a pour tous les éléments de cette matière une *contrainte* dont l'effet est une *extension de longueur propre* dans le sens perpendiculaire au rayon, dans la proportion  $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ ,  $v$  étant la vitesse de l'élément considéré.

Article published online by EDP Sciences and available at <http://dx.doi.org/10.1051/jphysrad:01952001304022400>

Dans la dernière phrase citée dans cet article, l'auteur reprend la description du mouvement circulaire donnée par Albert Einstein dans le paragraphe 3 de son article fondateur de la Relativité Générale.

La partie III du présent article démontre qu'un disque homogène et extrêmement rigide ne verra pas sa structure altérée si il est mis en rotation, et ce pour toute vitesse circonférentielle  $v$  dans la limite de  $c$  bien entendu.

Indépendamment de cela, il y a une contradiction (\*) dans le paragraphe 3 de l'article de 1915 puisqu'en préambule, il dit que " Nous devons montrer que pour une mesure espace-temps dans le système  $K'$ , la définition du sens physique des longueurs et temps ne peut être maintenue. " ce qui sous-entend que le rayon coordonnée  $R'$  mesuré du disque pourrait être différent du rayon propre  $R^0$  indiqué par des graduations sur un rayon du disque. Et plus loin : " " Cela se comprend facilement si nous envisageons l'ensemble du processus de mesure depuis le système « stationnaire »  $K$ , et prenons en considération **que la règle de mesure appliquée à la périphérie est soumise à la contraction tandis que celle appliquée le long du rayon pas**. En conséquence la géométrie euclidienne ne s'applique pas à  $K'$ . "

Radialement, chaque élément du disque subit une accélération de pesanteur due à la force centrifuge. Il est difficile d'affirmer qu'une règle de mesure fixée tangentiellement sur le disque est soumise à la contraction des longueurs due à la vitesse relative tandis que **celle fixée radialement sur le disque pas**, alors que cette dernière subit l'accélération de pesanteur ( dans ce sens où seul la longueur de la règle est considéré et non pas sa largeur) et que l'objectif affiché du paragraphe est de démontrer que le sens physique des longueurs mesurées avec ces règles ne correspondrait pas à celui qui serait accordé aux mêmes mesures en Relativité Restreinte.

(\*) seconde objection de la partie II

## CONCLUSION (Le paradoxe des jumeaux).

Finalement, nous serions confrontés au paradoxe d'Ehrenfest que ce soit avec un disque circulaire ou avec un tapis roulant car si nous imaginons un tapis roulant avec une bande infiniment rigide au niveau de sa longueur et de la largeur mais souple au niveau de la torsion, s'il passe d'une position au repos à une position active ou le tapis roule sur des galets à une vitesse  $V$ , il faut que la longueur du train de roulement puisse s'ajuster, rétrécir, pour permettre à la bande du tapis de conserver sa longueur au repos sans se rompre.

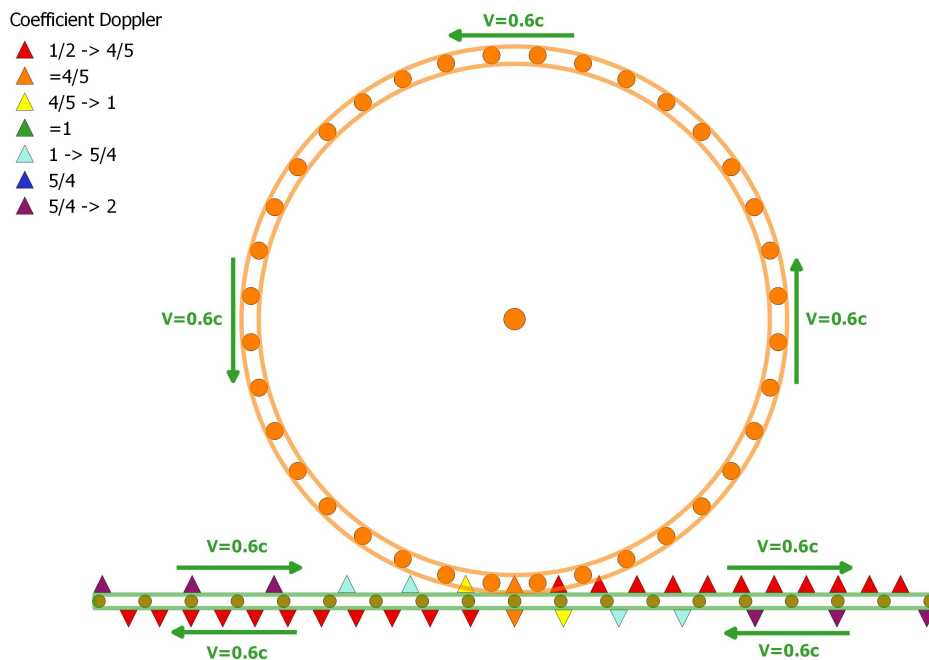


Schéma 11  
perspective de Orange  
de la roue en rotation sur un tapis roulant

Ce schéma montre la perspective de Orange situé au centre d'une roue en rotation sur un tapis roulant dont la longueur de la bande fait  $36s.l$  tout comme la circonférence propre de la roue, mais le rayon  $R = 4,584s.l$  et le train de roulement mesure  $14,4s.l$  de longueur (son épaisseur a été exagéré pour le mettre en évidence).

Imaginons Bleu un observateur stationnaire situé à la base de la roue, c'est-à-dire au niveau du point de contact entre la roue et le tapis-roulant, et Vert un observateur du tapis-roulant. Imaginons qu'à  $T=0s$ , Vert coïncide avec Bleu. Comme on néglige l'épaisseur du tapis roulant, nous considérons que Vert est en permanence inertielle sur son tapis roulant et que lorsqu'il arrive à l'extrémité du tapis, il rebondit contre un mur invisible en un choc élastique parfait pour repartir dans l'autre sens à  $V=0,6c$ .

L'approche Doppler du paradoxe des jumeaux nous dit que à  $V=0,6c$  :

- Lorsque Bleu voit Vert s'éloigner de lui à  $V$ , Bleu voit Vert vieillir 2 fois moins vite que lui.
- Lorsque Bleu voit Vert s'approcher de lui à  $V$ , Bleu voit Vert vieillir 2 fois plus vite que lui.
- Lorsque Vert voit Bleu s'éloigner de lui à  $V$ , Vert voit Bleu vieillir 2 fois moins vite que lui.
- Lorsque Bleu voit Vert s'approcher de lui à  $V$ , Vert voit Bleu vieillir 2 fois plus vite que lui.

Comme Vert est acteur du mouvement dans le sens où, lorsqu'il atteint l'extrémité du tapis, il subit les effets d'un rebond parfait (théoriquement) tandis que Bleu reste en apesanteur en permanence et est donc spectateur du mouvement, les durées apparentes d'éloignement et d'approche seront égales à  $T^{\circ}=9,6s$  tandis que pour Bleu :

Étant lui même distant de  $7,2s.l$  de chaque extrémité du tapis, Vert parcourt cette distance en une durée coordonnée de  $12s$ , d'où une durée apparente d'éloignement  $T_e^{\circ}=12+7,2=19,2s$  et une durée apparente d'approche  $T_a^{\circ}=12-7,2=4,8s$ .

En un tour complet, Bleu voit Vert vieillir de  $T'=4*9,6=38,4s$  en une durée  $T^{\circ}=2*T_e^{\circ}+2*T_a^{\circ}=48s$ .

De même, par deux fois, Vert verra pendant  $9,6s$  Bleu vieillir 2 fois moins vite que lui soit  $4,8s$  et par deux fois, Vert verra pendant  $9,6s$  Bleu vieillir 2 fois plus vite que lui soit  $19,2s$ .

En un tour complet, Vert verra Bleu vieillir de  $T=48s$  en une durée propre de  $T^{\circ}=4*9,6=38,4s$ .

Ceci montre que l'approche Doppler s'applique aussi bien au paradoxe des jumeaux de Langevin qu'à la roue en rotation relativiste et que le paradoxe d'Ehrenfest est aux longueurs ce que le paradoxe des jumeaux de Langevin est aux durées.

En outre, les mesures astronomiques effectuées le Naval Space Observatory entre autres, laisse présager que le modèle de la roue en rotation relativiste puisse être transposé aux orbites planétaires :

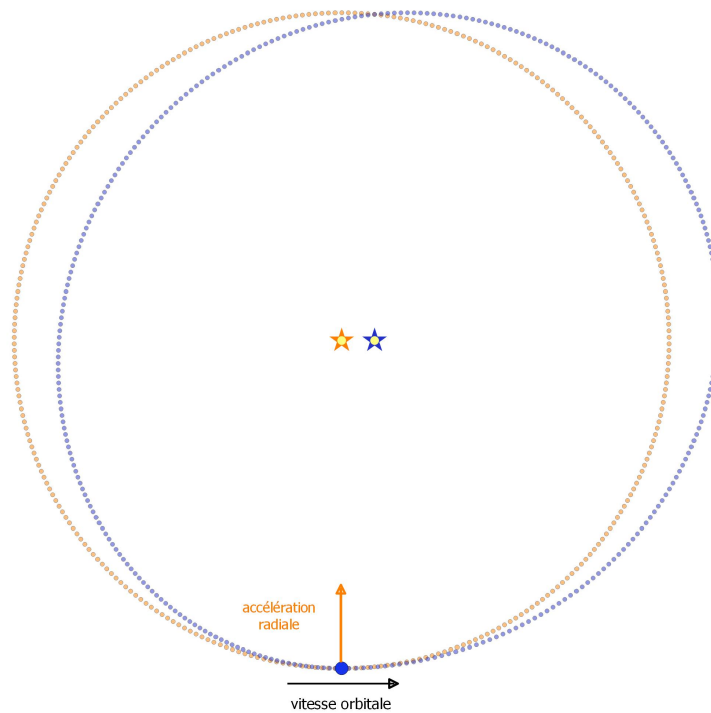
L'astronome Tom Van Flandern, constatant que la Terre tournait autour d'une position « actualisée » du Soleil et non autour de la position « retardée » de  $500s.l$ , affirmait que la vitesse de propagation de la gravitation était instantanée sinon infinie.

Si nous modélisons l'orbite de la Terre par un cercle de  $500s.l$  de rayon autour du Soleil, ce cercle correspondant à la vue aérienne d'un observateur en chute libre radiale perpendiculairement au plan de l'orbite terrestre depuis une position éloignée du Soleil. Dans la perspective de la Terre, le tracé de cet orbite serait une ovoïde :

Ce schéma présente la perspective héliocentrique circulaire de l'orbite terrestre (orange) ainsi que la perspective géocentrique de la Terre (bleue) ; la vitesse orbitale a été volontairement exagérée pour mettre en évidence les différences entre les deux perspectives du modèle. Suivant ce schéma inspiré des schémas 4 et 5 de la section II.1, constatant que la vitesse tangentielle est commune dans les deux perspectives, si nous considérons que l'orbite terrestre devait être circulaire dans les deux perspectives, alors oui, nous trouvons que la Terre tourne autour d'une position " actualisée " du Soleil.



Schéma 12  
modélisation de l'orbite terrestre



Par contre si nous considérons que le modèle de la roue relativiste est applicable à l'orbite planétaire, alors, un pylône placé à la surface du « Soleil » et dont la hauteur serait telle que la « Terre » passe à son niveau annuellement aboutirait à ce que depuis la Terre, nous verrions ce pylône décalé de  $20''$  d'arc, suivant une radiale allant de la « Terre » au « Soleil ». La « Terre » étant en orbite autour du « Soleil », elle est en apesanteur; et le fait que dans la perspective de la Terre, la direction de l'attraction gravitationnelle ne soit plus orthogonale à la vitesse tangentielle n'est pas dans le cas de l'ovoïde un argument nous permettant de rejeter l'hypothèse que la Terre soit bien attirée par la position apparente du Soleil et non pas par sa position « actualisée ».

Ce présent article n'a pas vocation à remettre en cause la théorie de la Relativité Générale. Cependant, le fait que  $\pi$  redevienne un invariant relativiste doit avoir nécessairement un impact sur notre compréhension de la gravitation fut-il minime, et en premier lieu sur les orbites planétaires.

Cordialement,

Zefram