TRANSFORMACIONES GENERALES DE LORENTZ

A. Blato

(2018) Buenos Aires
Argentina

Este artículo presenta las transformaciones generales de Lorentz de tiempo, espacio, velocidad y aceleración que pueden ser aplicadas en cualquier sistema inercial o no inercial (no rotante)

Introducción

Si consideramos un sistema (no rotante) S respecto a otro sistema inercial Σ entonces el tiempo (t), la posición ($\mathbf{r}$), la velocidad ($\mathbf{v}$) y la aceleración ($\mathbf{a}$) de una partícula (masiva o no masiva) respecto al sistema Σ están dados por:

$$t \;=\; \int_{\mathtt{0}}^{\mathtt{t}} \gamma \; \mathtt{dt} \;-\; \gamma \, \frac{\vec{r} \cdot \mathbf{V}}{c^2} \;+\; \mathtt{k}$$

$$\mathbf{r} \;=\; \vec{r} \,+\, \frac{\gamma^2}{\gamma+1} \, \frac{(\, \vec{r} \cdot \mathbf{V} \,)\, \mathbf{V}}{c^2} \;-\; \mathbf{R} \;-\; \frac{\gamma^2}{\gamma+1} \, \frac{(\, \mathbf{R} \cdot \mathbf{V} \,)\, \mathbf{V}}{c^2}$$

$$\mathbf{v} \;\doteq\; \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

$$\mathbf{a} \;\doteq\; \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

donde ($\mathtt{t}$, $\vec{r}$) son el tiempo y la posición de la partícula respecto al sistema S ($\mathbf{R}, \mathbf{V}, \mathbf{A}$) son la posición, la velocidad y la aceleración del origen del sistema Σ respecto al sistema S, ($\mathtt{k}$) es una constante entre los sistemas Σ & S, (c) es la velocidad de la luz en el vacío y $\gamma \;\doteq\; (1 - \mathbf{V} \cdot \mathbf{V} / c^2)^{-1/2}$

- $$\frac{\gamma^2}{\gamma+1}\,\frac{1}{c^2} \;=\; \frac{\gamma-1}{\mathbf{V}^2} \qquad (\,\mathbf{V}^2 = \mathbf{V}\cdot\mathbf{V}\,)$$

- $$\vec{r} \,+\, \frac{\gamma^2}{\gamma+1}\,\frac{(\,\vec{r}\cdot\mathbf{V}\,)\,\mathbf{V}}{c^2} \;=\; \gamma\,\vec{r} \,+\, \frac{\gamma^2}{\gamma+1}\,\frac{(\,\vec{r}\times\mathbf{V}\,)\times\mathbf{V}}{c^2}$$

- $$\mathbf{R} \,+\, \frac{\gamma^2}{\gamma+1}\,\frac{(\,\mathbf{R}\cdot\mathbf{V}\,)\,\mathbf{V}}{c^2} \;=\; \gamma\,\mathbf{R} \,+\, \frac{\gamma^2}{\gamma+1}\,\frac{(\,\mathbf{R}\times\mathbf{V}\,)\times\mathbf{V}}{c^2}$$

El sistema S es inercial cuando $(\,\mathbf{A} \,=\, 0\,)$

El sistema S es no inercial (movimiento rectilíneo acelerado) cuando $(\,\mathbf{A} \,\neq\, 0\,)$ y $(\,\mathbf{A}\times\mathbf{V} \,=\, 0\,)$

El sistema S es no inercial (movimiento circular uniforme) cuando $(\,\mathbf{A} \,\neq\, 0\,)$ y $(\,\mathbf{A}\cdot\mathbf{V} \,=\, 0\,)$

Si el sistema S es inercial entonces el observador S debe usar un origen fijo O tal que $(\,\mathbf{R}\times\mathbf{V} \,=\, 0\,)$

Si el sistema S es no inercial (movimiento rectilíneo acelerado) entonces el observador S debe usar un origen fijo O tal que $(\,\mathbf{R}\times\mathbf{V} \,=\, 0\,)$

Pero si el sistema S es no inercial (movimiento circular uniforme) entonces el observador S debe usar un origen fijo O tal que $(\,\mathbf{R}\cdot\mathbf{V} \,=\, 0\,)$

Si el sistema S es inercial entonces $(\,\mathbf{A} \,=\, 0\,)$, $(\,\mathbf{V} \,=\, \mathrm{cte}\,)$, $(\,\gamma \,=\, \mathrm{cte}\,)$ $(\,\int_0^{\mathtt{t}} \gamma\,\mathtt{dt} = \gamma\,\mathtt{t}\,)$, $(\,\mathbf{R} \,=\, \mathbf{V}\,\mathtt{t} + \mathrm{cte}\,)$ y $(\,\mathbf{R}\times\mathbf{V} \,=\, 0\,)$

Si el sistema S es no inercial (movimiento rectilíneo acelerado) entonces $(\mathbf{A} \,\neq\, 0)$ $(\,\mathbf{A}\times\mathbf{V} \,=\, 0\,)$ y $(\,\mathbf{R}\times\mathbf{V} \,=\, 0\,)$

Si el sistema S es no inercial (movimiento circular uniforme) entonces $(\mathbf{A} \,\neq\, 0)$ $(\,\mathbf{A}\cdot\mathbf{V} \,=\, 0\,)$, $(\,\gamma \,=\, \mathrm{cte}\,)$, $(\,\int_0^{\mathtt{t}} \gamma\,\mathtt{dt} = \gamma\,\mathtt{t}\,)$ y $(\,\mathbf{R}\cdot\mathbf{V} \,=\, 0\,)$

Si el sistema S es inercial o no inercial (no rotante) entonces el observador S puede usar partículas de prueba tales que $(\,\vec{r}\times\mathbf{V} \,=\, 0$ y/o $\vec{r}\cdot\mathbf{V} \,=\, 0\,)$

Según este artículo, las velocidades relativas de los orígenes entre los sistemas Σ & S son recíprocas.

Observaciones Generales

Es sabido que en sistemas inerciales la geometría local es euclidiana y que en sistemas no inerciales la geometría local es en general no euclidiana.

Según este artículo, el elemento de línea local en el sistema S debe ser obtenido desde el elemento de línea local del sistema Σ.

El elemento de línea local en el sistema Σ (en coordenadas rectilíneas) es:

- $ds^2 \,=\, c^2 dt^2 - d\mathbf{r}^2$

Las magnitudes cinemáticas $(\, t, \mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{a} \,)$ son las magnitudes cinemáticas propias del sistema Σ.

Por lo tanto, la magnitud cinemática $(\, t \,)$ es un tensor de rango 0 y las magnitudes cinemáticas $(\, \mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{a} \,)$ son tensores de rango 1.

Según este artículo, si el sistema S es inercial o no inercial (movimiento rectilíneo acelerado) o no inercial (movimiento circular uniforme) entonces:

- $\dfrac{d\mathbf{r}}{dt} \,=\, \left(\dfrac{d\mathbf{r}}{\mathtt{dt}} \,+\, w\,\mathbf{r} \,+\, \Omega \times \mathbf{r} \right) \left(\dfrac{1}{dt \,/\, \mathtt{dt}} \right) \quad , \quad w \,\doteq\, \dfrac{\gamma^2}{\gamma+1} \, \dfrac{(\, \mathbf{A} \,\cdot\, \mathbf{V} \,)}{c^2}$

- $\dfrac{d\mathbf{v}}{dt} \,=\, \left(\dfrac{d\mathbf{v}}{\mathtt{dt}} \,+\, w\,\mathbf{v} \,+\, \Omega \times \mathbf{v} \right) \left(\dfrac{1}{dt \,/\, \mathtt{dt}} \right) \quad , \quad \Omega \,\doteq\, \dfrac{\gamma^2}{\gamma+1} \, \dfrac{(\mathbf{A} \times \mathbf{V})}{c^2}$

Finalmente, la velocidad de la luz en el vacío es $(\, \mathbf{c} \,)$ en el sistema Σ y $(\, \vec{c} \,)$ en el sistema S y $(\, \mathbf{c}\cdot\mathbf{c} \,)$ & $(\, \vec{c}\cdot\vec{c} \,)$ son constantes en los sistemas Σ & S, respectivamente.

Bibliografía

[1] R. A. Nelson, J. Math. Phys. **28**, 2379 (1987).

[2] R. A. Nelson, J. Math. Phys. **35**, 6224 (1994).

[3] C. Møller, The Theory of Relativity (1952).