

Der Partikelhorizont als Lichtkegel im Standardmodell der Kosmologie (Λ CDM-Modell)

Autor: Werner Lange, Altos/Paraguay, langealtos
werner.lange.altos@gmail.com

Mai 2023

English translation of the title: The particle horizon as a light cone in the standard model of cosmology (Λ CDM model)

Abstract: It is shown that a particle horizon, related to a reference time t_{min} (e.g. the time of emission of the cosmic microwave background CMB radiation) can be understood as a future partial light cone of a light cone whose past partial light cone has an apex t_{min} . The statement is supported by drawings for different light cone apexes and different particle horizon reference times.

Zusammenfassung: Es wird gezeigt, dass ein Partikelhorizont, bezogen auf einen Bezugszeitpunkt t_{min} (z.B. den Zeitpunkt der Emission der kosmischen Mikrowellen-Hintergrundstrahlung CMB), als Vorwärts-Teillichtkegel eines Lichtkegels aufgefasst werden kann, dessen Rückwärts-Teillichtkegel einen Scheitelpunkt t_{min} aufweist. Die Aussage wird durch Zeichnungen für verschiedene Lichtkegel-Scheitelpunkte und verschiedene Partikelhorizont-Bezugszeitpunkte untermauert.

1 Voraussetzungen

Vorausgesetzt wird das räumlich flache, ewig expandierende Λ CDM-Modell des Universums mit dem Parametersatz Planck18 (vgl. Planck 18 [1], Abstract, Hubble Parameter heute $H_0=67.4$, Materie-Anteil heute an der Materie/Energie-Dichte des Universums $\Omega_M=0.315$). Betrachtet wird ein im Hubble-Flow treibender Beobachter, dessen heutiger Ort in der Milchstraße (z.B. auf der Erde) gelegen ist und der im räumlichen Ursprung eines Koordinatensystems angenommen wird, bestehend aus 3 Raumachsen und einer Zeitachse. Die anwachsenden Abstände zwischen im Hubble-Flow treibenden, als ruhend angenommenen Objekten können durch einen Skalenfaktor $a(t)$ beschrieben werden, der allein von der Zeit t seit dem Urknall abhängt. Wird ein ruhendes, im Hubble-Flow treibendes Objekt betrachtet, so spricht nichts dagegen, das Koordinatensystem so zu positionieren, dass dieses Objekt auf der positiven radialen Raumachse (zweite und dritte Koordinate NULL) gelegen ist. In Zeichnungen dargestellt werden die Zeitachse in Milliarden Jahren und die radiale Raumachse in Milliarden Lichtjahren. Der Skalenfaktor a ist auf $a(t_0)=1$, $t_0=HEUTE=13.790687$ Mrd. Jahre nach dem Urknall, normalisiert. Abstände zwischen Objekten zu einem gemeinsamen Zeitpunkt t werden ausschließlich in physikalischen Koordinaten (physikalischer Abstand bzw. Eigendistanz) gemessen.

Unter Verwendung des Ausdrucks

$$d(a_1, a_2, a_3) = c a_3 \int_{a_1}^{a_2} \frac{d\alpha}{\alpha^2 H(\alpha)}$$

mit dem vom Skalenfaktor a abhängigen Hubble-Parameter

$$H(a) = H_0 E(a)$$

und der Dichtefunktion

$$E(a) = (\Omega_R a^{-4} + \Omega_M a^{-3} + \Omega_A)^{1/2}$$

wird der Lichtkegel LK(T) mit dem Scheitel (des Rückwärts-Teillichtkegels) beim Zeitpunkt T durch den physikalischen Abstand $d_{LK}(T,t)=d(a(t),a(T),a(t))$ vom Beobachter zum Zeitpunkt t umschrieben, wobei ein zum Zeitpunkt $t < T$ (Rückwärts-Lichtkegel) von einem auf dem Lichtkegel gelegenen ruhenden Objekt emittierter, auf den Beobachter gerichteter Lichtstrahl den Beobachter zum Zeitpunkt T erreicht.

Genauere Informationen zu den Voraussetzungen können W. Lange [2], Kap. 1-6, entnommen werden. Alle im folgenden Text ermittelten Zahlen wurden mithilfe des Kosmologie-Rechners Welttabellen [3] ermittelt, mit den auch alle Zeichnungen vorbereitet wurden. Der Strahlungsanteil heute an der Materie/Energie-Dichte wurde von Welttabellen mit $\Omega_M = 0.00009209605429$ berechnet, der Anteil dunkler Energie heute ist demnach $\Omega_A = 1 - \Omega_M - \Omega_R = 0.6849079039$.

2 Definition Partikelhorizont mit Bezugszeitpunkt t_{min} (Variante A)

Im Weiteren wird der Partikelhorizont mit Bezugszeitpunkt t_{min} nach dem Vorbild von M. Roos 2003 [4], S. 39 ff. definiert.

Definition Partikelhorizont mit Bezugszeitpunkt t_{min} (Variante A): Der (physikalische) Partikelhorizont zum Zeitpunkt t ist die größte-Entfernung, aus der den Beobachter seit einem Zeitpunkt t_{min} Photonen (oder mit Lichtgeschwindigkeit übermittelte Informationen) erreicht haben können. Die Entfernung wird (auf der positiven radialen Koordinatenachse) gemessen zum gemeinsamen Zeitpunkt t zwischen dem Beobachter und dem als ruhend angenommenen Objekt, das die Photonen (oder Informationen) zum Zeitpunkt t_{min} (ebenfalls auf der positiven radialen Koordinatenachse) in Richtung auf den Beobachter übermittelt hatte. Der Zeitpunkt t_{min} wird auch als Bezugszeitpunkt (oder Emissionszeitpunkt) des Partikelhorizonts bezeichnet.

Korollar: Emittiert zu einem Zeitpunkt t_{min} mit $t_{min} < t$ ein auf dem Lichtkegel LK(t) gelegenes ruhendes Objekt Photonen in Richtung auf den Beobachter, so ist der (physikalische) Abstand dieses Objekts vom Beobachter zum Zeitpunkt t der Partikelhorizont zum Zeitpunkt t mit dem Bezugszeitpunkt t_{min} .

Während für Lichtkegel in Zeichnungen als Argument der Scheitelpunkt verwendet wird, z.B. LK(T), werden Partikelhorizonte in der Form PH(t_{min}) mit dem Bezugszeitpunkt als Argument dargestellt. PH(CMB) und PH(Urknall) werden zusätzlich für $t_{min} = \text{CMB}$ und $t_{min} = \text{Urknall}$ verwendet. Die Formel für den (physikalischen) Abstand des Beobachters vom Partikelhorizont PH(t_{min}) zum Zeitpunkt t kann in der Form $d_{PH}(t_{min},t) = d(a(t_{min}),a(t),a(t))$ leicht gemäß M. Roos 2003 [4], S. 39 ff. hergeleitet werden.

3 Auswahl verschiedener Bezugszeitpunkte

Häufigste Wahl für den Zeitpunkt t_{min} ist die Wahl $t_{min} = \text{CMB} = 371'127 \text{ Jahre} = 0.000'371'127 \text{ Mrd. Jahre}$ nach dem Urknall, der Zeitpunkt der Emission der Mikrowellen-Hintergrundstrahlung. Sofern in der Literatur der Begriff Partikelhorizont ohne Bezugszeitpunkt verwendet wird, so ist damit der Partikelhorizont mit dem Bezugszeitpunkt Urknall ($t_{min} = 0 \text{ Mrd. Jahre}$) gemeint. Um das Thema für Zeichnungen zweckmäßig ausleuchten zu können, soll ein weiterer Partikelhorizont mit einem Bezugszeitpunkt von 7 Mrd. Jahren nach dem Urknall betrachtet werden.

Der (physikalische) Partikelhorizont zum Zeitpunkt t , bezogen auf den Bezugszeitpunkt t_{min} , begrenzt den Raum des Beobachtbaren Universums zum Zeitpunkt t mit Bezugszeitpunkt t_{min} (dem frühesten

Emissionszeitpunkt), d.h. der Partikelhorizont begrenzt jenen Teils des Universums, das seit dem Zeitpunkt t_{min} in kausalen Kontakt mit dem Beobachter gekommen ist.

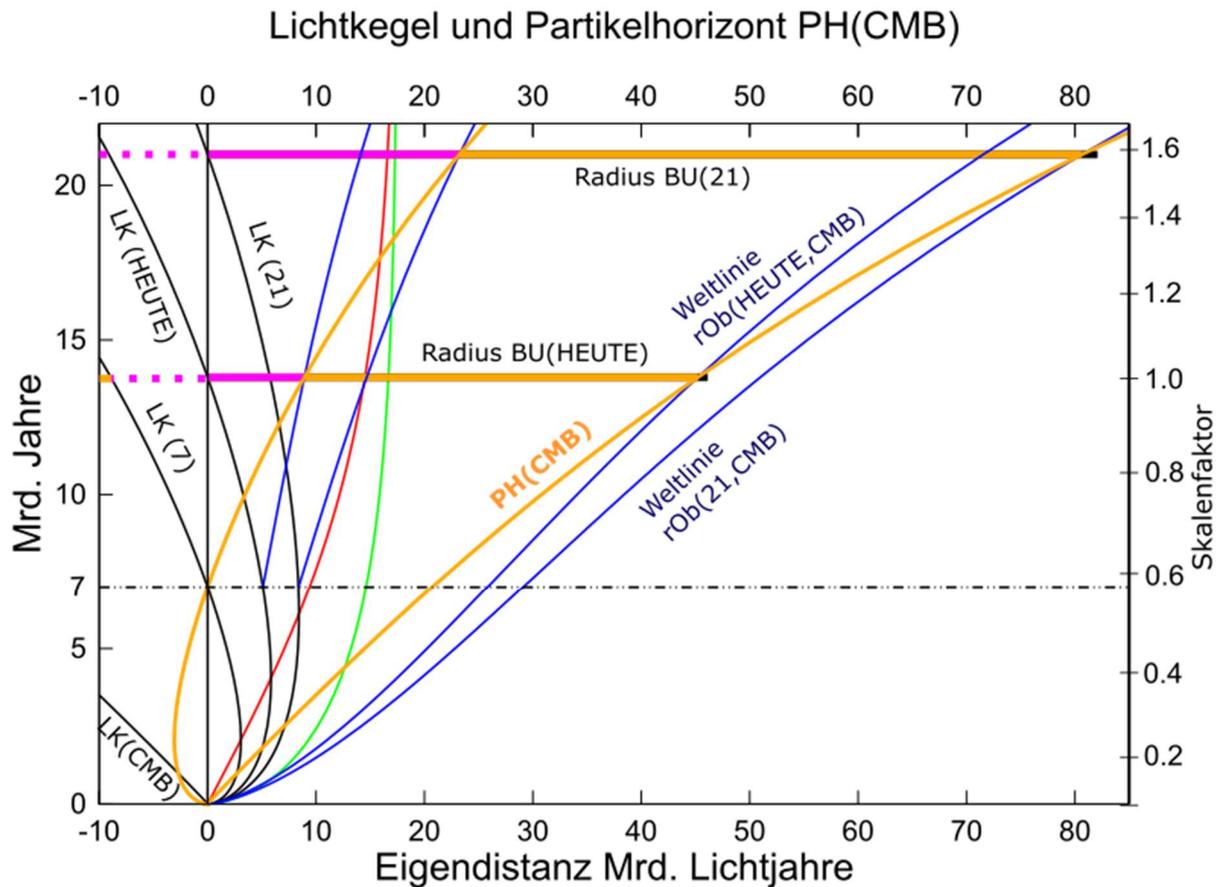


Abbildung 1: Lichtkegel und Partikelhorizont PH(CMB)

Erläutert werden die Beziehungen zwischen Lichtkegeln und Partikelhorizont anhand der Abbildungen 1 und 2, wobei die zweite Zeichnung einfach dadurch entsteht, dass die erste rechts bei einem Abstand von 25 Mrd. Lichtjahren vom Beobachter abgeschnitten wird. Nur in der zweiten Zeichnung werden vollständig die zahlreichen Linien der linken Seite der ersten Zeichnung erläutert. An den Scheitelpunkten der Lichtkegel LK(HEUTE) und LK(21) ist jeweils der positive Radius des zugehörigen Beobachtbaren Universums, BU(HEUTE) und BU(21) eingezeichnet. BU(HEUTE) und BU(21) sind nach ihren Bezugszeitpunkten farblich unterschiedlich markiert. Das Beobachtbare Universum zum Bezugszeitpunkt 7 Mrd. Jahre nach dem Urknall wird durch die Farbe magenta gekennzeichnet. Die Farben magenta und orange gemeinsam umschreiben das Beobachtbare Universum zum Bezugszeitpunkt CMB. Die kurze angehängte schwarze Linie verweist auf den Übergang zum Beobachtbaren Universum zum Bezugszeitpunkt Urknall.

Lichtkegel und Partikelhorizont PH(7)

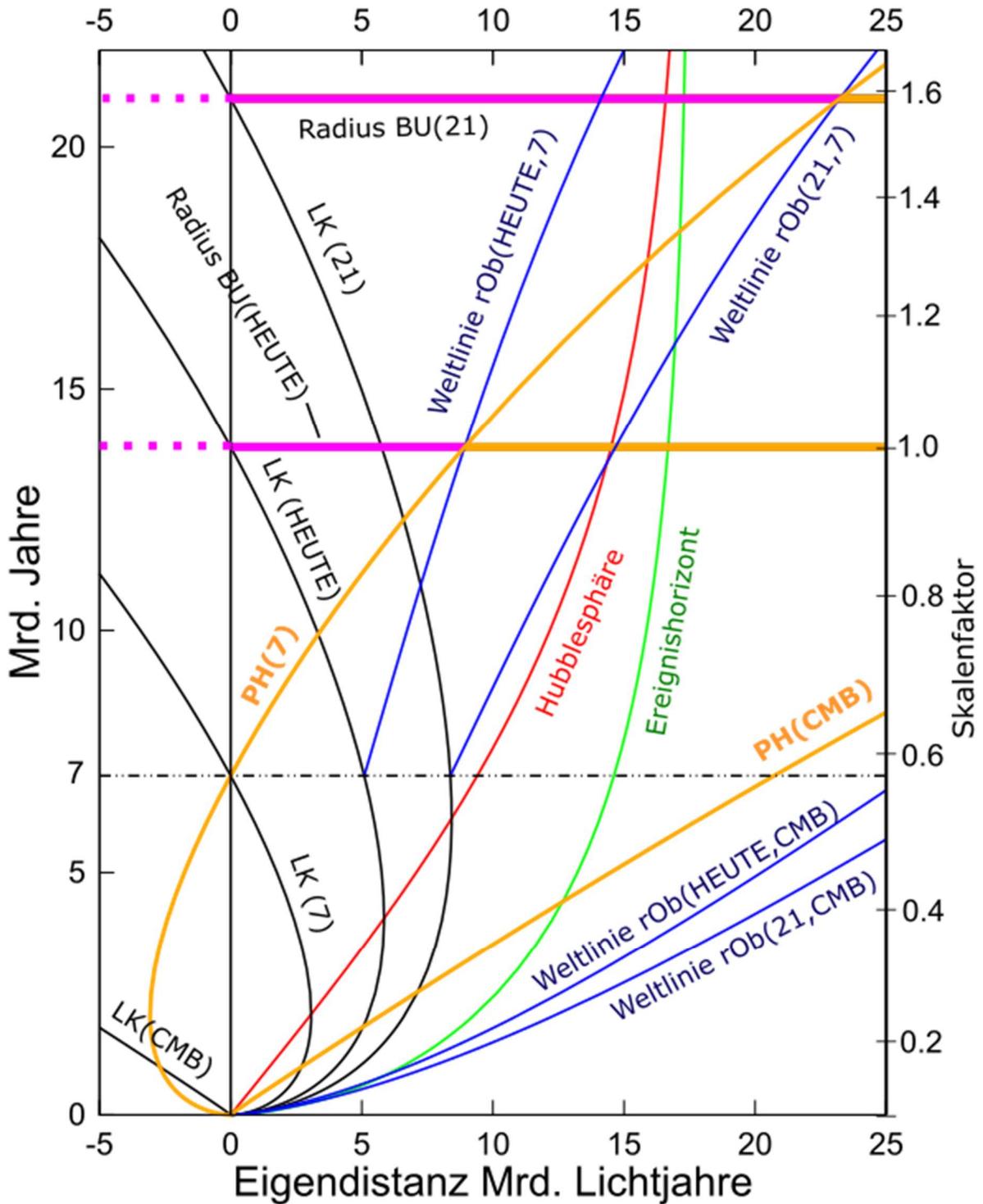


Abbildung 2: Lichtkegel und Partikelhorizont PH(7)

Die Formel $d_{PH}(t_{min},t)=d(a(t_{min}),a(t),a(t))$ für den Wert des Partikelhorizonts zum Bezugszeitpunkt t_{min} an der Stelle t ist offensichtlich (Vertauschung der Integrationsgrenzen) der negative Wert $d(a(t),a(t_{min}),a(t))$ des Lichtkegels LK(t_{min}) an der Stelle t . Zwar wird beim Partikelhorizont im Normalfall nur der positive Anteil ($t_{min} \leq t$ – bei Interpretation als Lichtkegel der Vorwärts-Lichtkegel) betrachtet, es spricht aber prinzipiell nichts dagegen, den Partikelhorizont PH(t_{min}) insgesamt einfach

als den Lichtkegel $-LK(t_{\min})$ mit einem Rückwärts-Lichtkegel auf der negativen radialen Achse zu interpretieren.

4 Bezugszeitpunkt 7 Mrd. Jahre nach dem Urknall

Der Partikelhorizont mit dem Bezugszeitpunkt 7 Mrd. Jahre nach dem Urknall ist in Abbildung 2 genauer behandelt. Einzige Funktion des Lichtkegels $LK(7)$ in der Zeichnung ist seine Beziehung zum Partikelhorizont $PH(7)$.

Die gestrichelte waagerechte Linie bei 7 Mrd. Jahren nach dem Urknall schneidet nicht nur den Scheitelpunkt beider Lichtkegel, nämlich $LK(7)$ und den als Lichtkegel interpretierten Partikelhorizont $PH(7)$, sondern zusätzlich die beiden Lichtkegel $LK(HEUTE)$ und $LK(21)$. An diesen beiden zuletzt erwähnten Schnittpunkten sollen (als ruhende Objekte modellierte) Galaxien $rOb(HEUTE,7)$ und $rOb(21,7)$ angenommen werden (Abstände vom Beobachter: 5.094521 und 8.378498 Mrd. Lichtjahre), die Licht in Richtung auf den Beobachter emittieren, das den Beobachter an den jeweiligen Scheitelpunkten erreicht. Die blauen Weltlinien dieser Galaxien, die sich nur aufgrund der Expansion des Universums vom Beobachter entfernen, schneiden jeweils den Partikelhorizont $PH(7)$ zu den Zeitpunkten HEUTE und 21 Mrd. Jahre nach dem Urknall genau in den Punkten, in denen der Partikelhorizont $PH(7)$ das in magenta eingefärbte Beobachtbare Universum $BU(HEUTE)$ bzw. $BU(21)$ zum Bezugszeitpunkt 7 Mrd. Jahre nach dem Urknall begrenzt (Abstände vom Beobachter: 8.924479 und 23.220942 Mrd. Lichtjahre). Man stellt unter anderem fest, dass die Weltlinien der Galaxien vor den jeweiligen Schnittpunkten weiter vom Beobachter entfernt sind als der Partikelhorizont.

Auch wird durch die Zeichnung noch einmal deutlich, was mit dem Partikelhorizont gemäß Definition Variante A gemeint ist: es handelt sich um den Abstand von jener Galaxie zum gemeinsamen Zeitpunkt t (hier am Beispiel HEUTE bzw. 21 Mrd. Jahre nach dem Urknall), die Licht zum Zeitpunkt t_{\min} (hier 7 Mrd. Lichtjahre nach dem Urknall) in Richtung auf den Beobachter emittiert hat, das den Beobachter zum Zeitpunkt t erreicht. Während die Photonen des Lichtstrahls auf den Beobachter gerichtet sind und diesen schließlich erreichen, entfernt sich die Galaxie aufgrund der Expansion des Universums mehr und mehr vom Beobachter. Die Abstände zum Zeitpunkt t_{\min} (7 Mrd. Jahre nach dem Urknall) waren zuvor erwähnt. (Hinweis zur Nomenklatur: Die Bemerkung gilt, auf den Partikelhorizont zum Bezugszeitpunkt t_{\min} bezogen, für jedes $t > t_{\min}$. Angewandt wird die genannte Regel hier allerdings auf die Scheitelpunkte von Lichtkegeln, wofür wir in der Formel für den Lichtkegel den Buchstaben T verwendet hatten).

5 Definition Partikelhorizont mit Bezugszeitpunkt t_{\min} (Variante B)

Da man den Partikelhorizont $PH(7)$ als Vorwärtslichtkegel des Lichtkegels $-LK(7)$ interpretieren kann, bietet sich eine zweite Definition für den Partikelhorizont an.

Definition Partikelhorizont mit Bezugszeitpunkt t_{\min} (Variante B): Haben auf dem negativen Lichtkegel $-LK(t_{\min})$ (auf der negativen Halbachse der radialen Koordinatenachse) vor dem Zeitpunkt t_{\min} (also auf dem Rückwärts-Lichtkegel, $t < t_{\min}$) emittierte Photonen den Beobachter im Scheitelpunkt t_{\min} passiert, so ist der (physikalische) Abstand dieser Photonen vom Beobachter auf dem Vorwärts-Lichtkegel zum Zeitpunkt t (mit $t > t_{\min}$) der Partikelhorizont mit Bezugszeitpunkt t_{\min} (in physikalischen Koordinaten) zum Zeitpunkt t . Anstelle von Photonen könnte man auch wieder von mit Lichtgeschwindigkeit übermittelten Informationen sprechen.

Es treffen sich auf dem Partikelhorizont zum Zeitpunkt t mit Bezugszeitpunkt t_{\min} also ruhende Objekte, die zum Zeitpunkt t_{\min} auf dem Lichtkegel $LK(t)$ gelegen waren, mit (beweglichen) Photonen, die vor dem Zeitpunkt t_{\min} auf dem Lichtkegel $-LK(t_{\min})=PH(t_{\min})$ emittiert wurden und den Beobachter zum Zeitpunkt t_{\min} passiert haben.

Definition Variante A behandelt zum Zeitpunkt t (z.B. $t=HEUTE$) beobachtbare Ereignisse, Definition Variante B Ereignisse, die nur durch die kosmologische Theorie erschlossen werden können.

6 Partikelhorizonte PH(CMB) und Partikelhorizont PH(Urknall)

Beide Definitionen können auch auf den Partikelhorizont PH(CMB) angewandt werden, der in der Abbildung 1 thematisiert ist. Allerdings kann nicht mehr von Galaxien gesprochen werden. Wir nehmen einfach hypothetische ruhende Objekte $rOb(HEUTE,CMB)$ und $rOb(21,CMB)$ am Ort der Emission in Richtung auf den Beobachter an. Zum Zeitpunkt der Emission der Mikrowellen-Hintergrundstrahlung, 371'127 Jahre nach dem Urknall, liegen diese ruhenden Objekte 41.447549 bzw. 46.720514 Millionen Lichtjahre vom Beobachter entfernt auf den Lichtkegeln LK(HEUTE) bzw. LK(21). Die Weltlinien (in blau) dieser ruhenden Objekte schneiden schließlich in einer (physikalischen) Entfernung von 45.874209 bzw. 80.642966 Mrd. Lichtjahren vom Beobachter den Partikelhorizont PH(CMB) bei $t=HEUTE$ bzw. $t=21$ Mrd. Jahren nach dem Urknall.

Der Zusammenhang zwischen LK(CMB) und PH(CMB) entspricht dem zwischen LK(7) und PH(7), allerdings lassen sich die Beziehungen aufgrund unterschiedlicher Größenverhältnisse nicht mehr in nur einer Zeichnung darlegen. Abbildungen 3 und 4 sind Ausschnitte aus Abbildung 1. Abbildung 3 zeigt den Rückwärtslichtkegel LK(CMB) zusammen mit seiner negativen Variante $-LK(CMB)=PH(CMB)$. Die Koordinaten des Schnittpunkts von LK(CMB) mit der Hubblesphäre (dem größten Abstand des Rückwärtslichtkegels vom Beobachter) sind zahlenmäßig aufgeführt.

Rückwärts-Lichtkegel LK(CMB) und Partikelhorizont

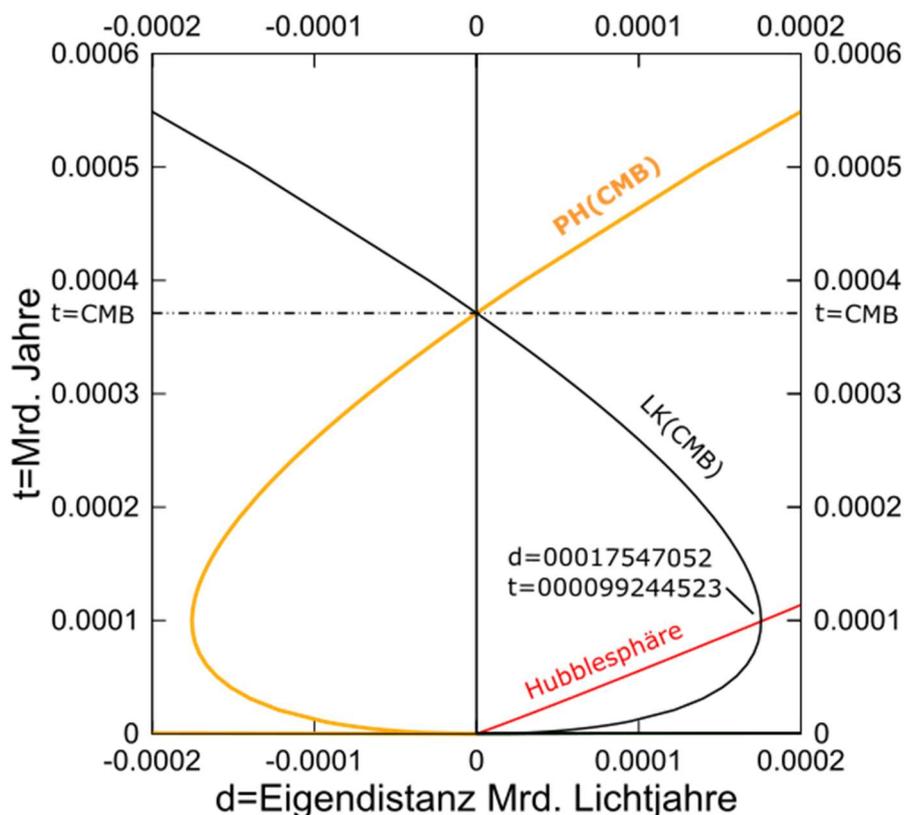


Abbildung 3: Rückwärts-Lichtkegel LK(CMB) und Partikelhorizont

Ereignishorizont sowie LK(7), LK(HEUTE), LK(21) liegen zeichnerisch (von den Achsen ununterscheidbar) über der positiven, PH(7) über der negativen waagerechten Koordinatenachse bei $t=0$.

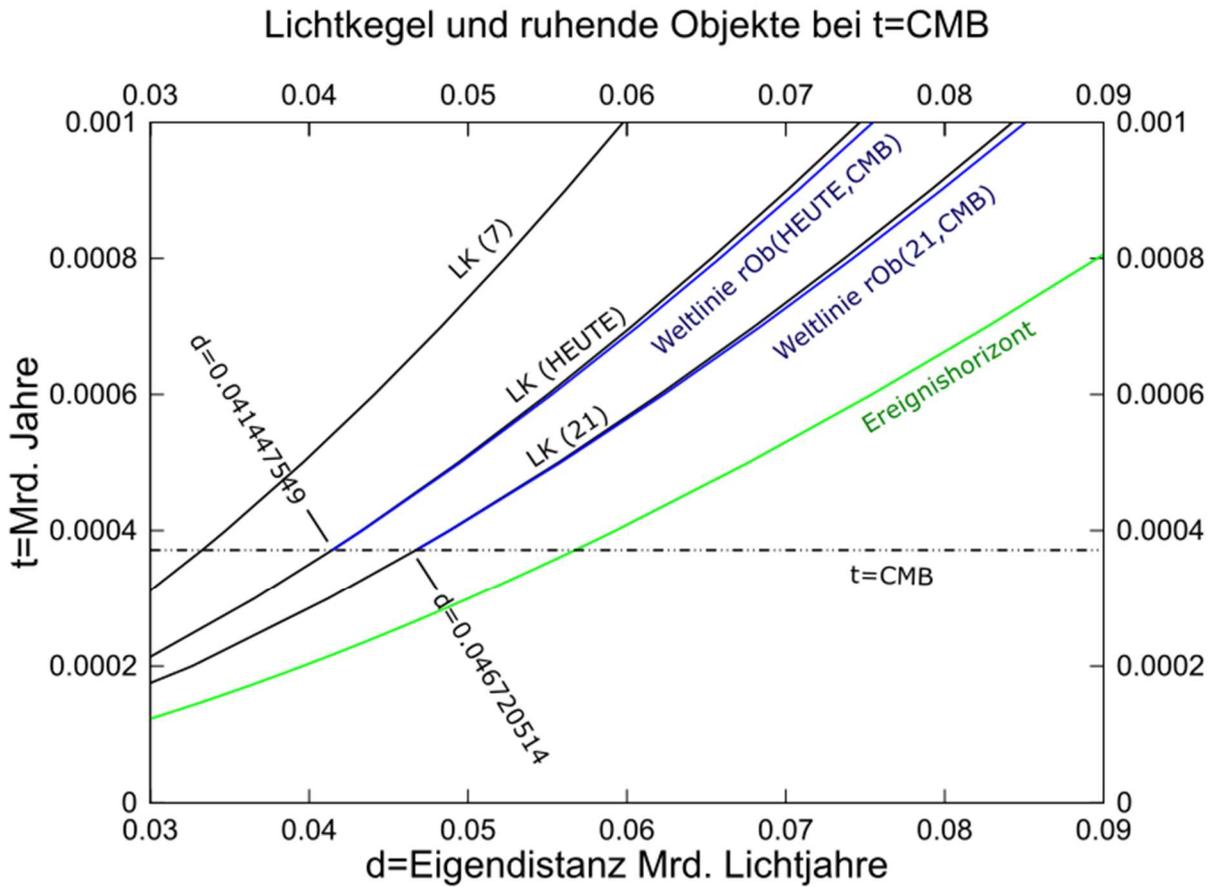


Abbildung 4: Lichtkegel und ruhende Objekte bei $t=\text{CMB}$

Abbildung 4 zeigt in blau den Anfang der Weltlinien ruhender Objekte, die sich aufgrund der Expansion des Universums von den Orten auf den Lichtkegeln LK(HEUTE) und LK(21) entfernen. Diese Objekte haben bei $t=\text{CMB}$ Licht in Richtung auf den Beobachter emittiert, das den Beobachter im jeweiligen Scheitel der beiden Lichtkegel erreicht. (Lichtkegel und Weltlinien liegen anfangs nahe beieinander und sind in der Zeichnung nicht unterscheidbar.)

Abschließend ersetzt Abbildung 5 bei sonst gleichem Aufbau wie Abbildung 1 den Partikelhorizont PH(CMD) durch den Partikelhorizont PH(Urknall) und die Weltlinien der ruhenden Objekte der PH(CMD)-Zeichnung durch die Weltlinien solcher mitbewegten Objekte, die PH(Urknall) bei $t=\text{HEUTE}$ bzw. $t=21$ Mrd. Jahre nach dem Urknall schneiden. Beide Weltlinien haben ihren Anfangspunkt bei $t=0$. PH(Urknall)=-LK(Urknall) (nur auf der positiven Achse) und LK(Urknall) (nur auf der negativen Achse) können als Nur-Vorwärts-Lichtkegel interpretiert werden. Die Weltlinien (in blau) der ruhenden Objekte rOb(HEUTE,Urknall) und rOb(21,Urknall) schneiden in einer (physikalischen) Entfernung von 46.132820 bzw. 82.088286 Mrd. Lichtjahren vom Beobachter den Partikelhorizont PH(Urknall) bei $t=\text{HEUTE}$ bzw. $t=21$ Mrd. Jahren nach dem Urknall.

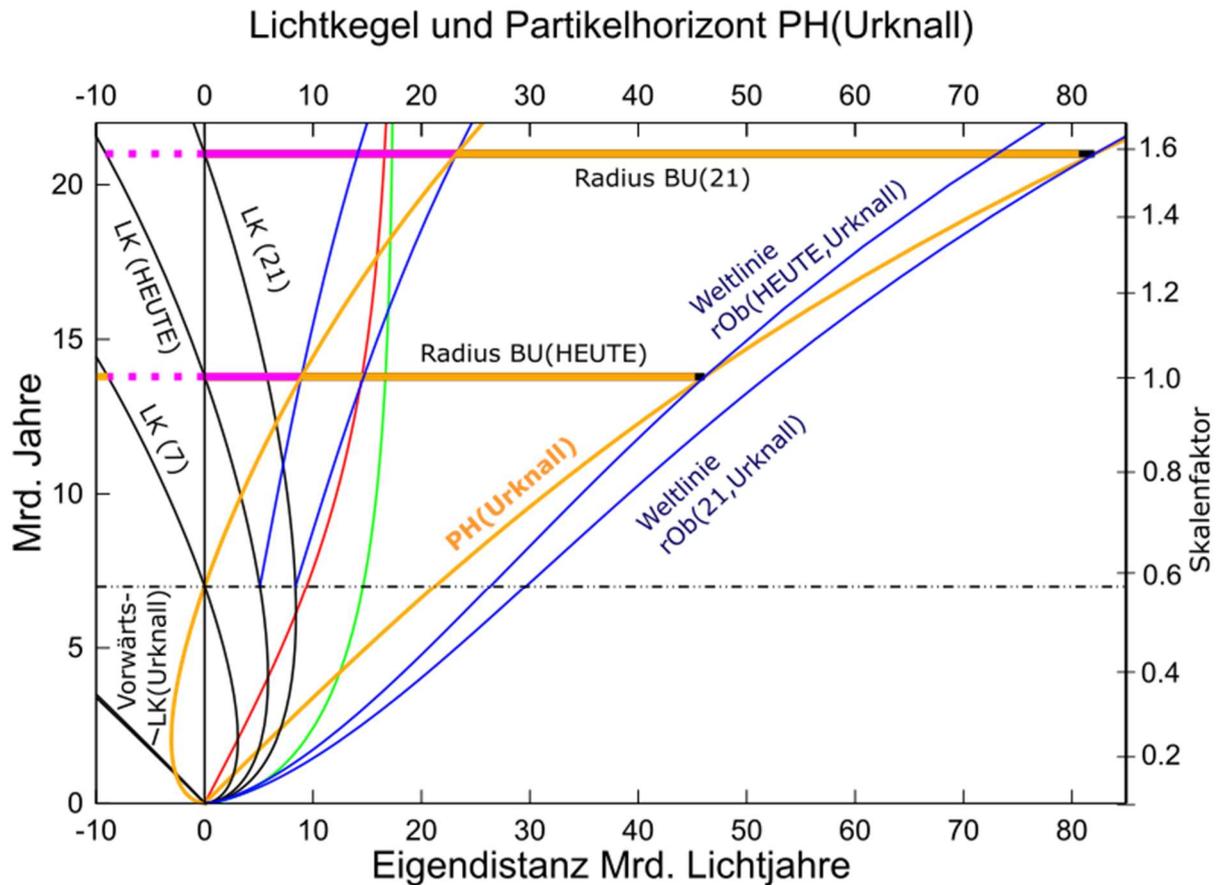


Abbildung 5: Lichtkegel und Partikelhorizont PH(Urknall)

7 Literatur

- [1] N. Aghanim et al.: Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters, arXiv 1807.06209v4, August 2021, <https://arxiv.org/pdf/1807.06209.pdf>
- [2] W.Lange: Von Lichtkegeln im Standardmodell der Kosmologie (Λ CDM-Modell), viXra 2212.0155, <https://vixra.org/abs/2212.0155>
- [3] Kosmologie-Rechner WELTTABELLEN - Weltlinien des Standardmodells der Kosmologie (Λ CDM-Modell) in Tabellenform, viXra 2209.0113, <https://vixra.org/abs/2209.0113>
- [4] Matts Roos: Introduction to Cosmology, Third Edition, Wiley Chichester 2003