

Die Rolle der Hubblesphäre für die Umkehrung des Rezessionsverhaltens von Galaxien und Photonen

im Standardmodell der Kosmologie (Λ CDM-Modell)

Version Januar 2026

Autor: Werner Lange, Altos/Paraguay, langealtos
werner.lange.altos@gmail.com

Zusammenfassung

Wann entfernen sich als mitbewegte Objekte modellierte Galaxien unterhalb oder oberhalb der Lichtgeschwindigkeit vom Beobachter? Und wann und wie können Galaxien die Unterhalb-Oberhalb-Schranke durchbrechen? Wann entfernen sich auf den Beobachter gerichtete Photonen vom Beobachter? Und warum können auf den Beobachter gerichtete Photonen, die sich einst mit einem großen Vielfachen der Lichtgeschwindigkeit vom Beobachter entfernt hatten, den Beobachter schließlich dennoch erreichen?

Entscheidend sind zwei Zeitpunkte, nämlich für Galaxien global (von Lichtkegeln unabhängig) der Zeitpunkt des Übergangs von verlangsamer zu beschleunigter Expansion, und für Photonen (neben dem Ausmaß der Verlangsamung der Rezession im frühen Universum bis zum Übergangszeitpunkt) je Lichtkegelscheitel die Schnittmenge zwischen dem Mantel des Lichtkegels und der Oberfläche der Hubblesphäre.

Änderungsverfolgung

Version	Änderungen
21. April 2025	Erste Version
03. Juni 2025	Zusätzliche Berechnungen
20. Januar 2026	Kap. 5.2.2 ersetzt. Kap. 7 hinzugefügt. Verschiedene zusätzliche Änderungen.

Schlüsselwörter: Rezession, Expansion, Abbremsparameter, Hubblesphäre, Lichtkegel, Ereignishorizont, Λ CDM, mitbewegte Distanz, physikalische Distanz, mitbewegte Koordinaten, physikalische Koordinaten, kosmologische Parameter, Weltlinie, Geodäte, Planck18, Lichtgeschwindigkeit, Dichteparameter, Hubble-Parameter, Galaxie, mitbewegte Objekte, Photonen, Geschichte des Universums

English translation of title and abstract for publication on viXra.

**The role of the Hubble sphere for the reversal of the recession behaviour of galaxies and photons
in the standard model of cosmology (Λ CDM model)**

Abstract

When do galaxies modelled as comoving objects move away from the observer at speeds below or above the speed of light? And when and how can galaxies break through the below-above barrier? When do photons directed towards the observer move away from the observer? And why can photons directed towards the observer, which once travelled away from the observer at a large multiple of the speed of light, still reach the observer in the end?

Two points in time are decisive, namely for galaxies globally (independent of light cones) the time of the transition from decelerated to accelerated expansion, and for photons (in addition to the extent of the deceleration of the recession in the early universe up to the transition time) per light cone apex the intersection between the surfaces of light cone and Hubble sphere.

Change tracking

Version	Changes
21 April 2025	First Version
03 June 2025	Additional calculations
20 January 2026	Section 5.2.2 replaced. Section 7 added. Various additional changes.

Keywords: recession, expansion, deceleration parameter, Hubble sphere, light cone, event horizon, Λ CDM, comoving distance, physical distance, comoving coordinates, physical coordinates, cosmological parameters, worldline, geodesics, Planck18, speed of light, density parameters, Hubble parameter, galaxy, comoving objects, photons, history of the universe

Inhaltsverzeichnis

1	Zusammenfassung	4
2	Parametersatz und abgeleitete Daten	4
2.1	Planck 18	4
2.2	Verwendete Begriffe,	5
2.3	Errata zu Quelle [1], Version 5	8
3	Die Rolle der Hubblesphäre	8
3.1	Überblick	8
3.2	Zweiseitige und einseitige Zeichnungen für Abstände vom Beobachter	9
4	Übergang von verlangsamer zu beschleunigter Expansion	9
4.1	Relevante kosmologische Werte	9
4.2	Zusammenspiel zwischen Hubblesphäre und Galaxien	10
4.3	Schnittpunkte zwischen der Weltlinie von Galaxien und der Hubblesphäre	11
4.4	Nebenergebnis: Wendepunkt der mitbewegten Hubblesphäre	14
5	Schnittpunkt zwischen Hubblesphäre und Lichtkegeln	14
5.1	Relevante kosmologische Werte	15
5.2	Bedeutung der $q=0$ -Linie für Galaxien auf Lichtkegeln	16
5.2.1	Eine Basisaussage für LK(HEUTE)	16
5.2.2	Der kurze Aufenthalt von Galaxien auf einem Lichtkegel	17
5.2.3	Rezession von Galaxien versus Rezession von Photonen	18
5.3	Rezessionsgeschwindigkeiten und ihr Bezug zur Hubblesphäre	19
6	Konsequenzen von Verlangsamung und Beschleunigung der Expansion	23
7	Bemerkungen zur Rezession bei hohen Scheitelzeitpunkten	31
8	Literatur	35

1 Zusammenfassung

Wann entfernen sich als mitbewegte Objekte modellierte Galaxien unterhalb oder oberhalb der Lichtgeschwindigkeit vom Beobachter? Und wann und wie können Galaxien die Unterhalb-Oberhalb-Schranke durchbrechen? Wann entfernen sich auf den Beobachter gerichtete Photonen vom Beobachter? Und warum können auf den Beobachter gerichtete Photonen, die sich einst mit einem großen Vielfachen der Lichtgeschwindigkeit vom Beobachter entfernt hatten, den Beobachter schließlich dennoch erreichen?

Der hier vorliegende Artikel arbeitet genauer als in Quelle [1] heraus, dass für Galaxien die Veränderungen der Rezessionsgeschwindigkeiten mit der Verlangsamung bzw. der Beschleunigung der Expansion des Universums zusammenhängen. Für Photonen spielt das Zusammenwirken von Lichtkegeln und der Hubblesphäre die entscheidende Rolle. Die Arbeit versteht sich als eine Ergänzung zu Quelle [1]. Alle kosmologischen Annahmen des räumlich flachen Λ CDM-Modells, die Terminologie sowie alle Begriffe wie zum Beispiel *Lichtkegel*, *Hubblesphäre* oder *Ereignishorizont* werden als durch diesen Artikel erläutert betrachtet und nicht erneut eingeführt. Das gilt insbesondere auch für den Beobachter, der zum heutigen Zeitpunkt in der Milchstraße (zum Beispiel auf der Erde) gelegen ist. Eine Galaxie ist als mitbewegtes (ruhendes) Objekt modelliert, gewisse Probleme dieser Modellierung sind ebenfalls in [1] dargelegt.

Entscheidend sind zwei Zeitpunkte, nämlich für Galaxien global (von Lichtkegeln unabhängig) der Zeitpunkt des Übergangs von verlangsamer zu beschleunigter Expansion, und für Photonen (neben dem Ausmaß der Verlangsamung der Rezession im frühen Universum bis zum Übergangszeitpunkt) je Lichtkegelscheitel die Schnittmenge zwischen dem Mantel des Lichtkegels und der Oberfläche der Hubblesphäre.

2 Parametersatz und abgeleitete Daten

2.1 Planck 18

Wir setzen für alle Berechnungen den Parametersatz Planck18 (vgl. Planck 18 [2], Abstract) für das Λ CDM Modell voraus.

Tabelle 1: Planck18 –Parametersatz für das Λ CDM-Modell

H_0	Hubble-Parameter heute	67.4 km/Mpc/s *1)
Ω_M	Materie-Anteil heute an der Materie/Energie-Dichte des Universums	0.315
Ω_R	Strahlungs-Anteil heute	0.9209605429E-04
Ω_Λ	Dichteanteil dunkler Energie heute, $\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_M - \Omega_R$	0.6849079039

*1) Kilometer pro Megaparsec pro Sekunde

H_0 und Ω_M wurden durch Planck18 vorgegeben.

Alle Berechnungen wurden mit dem Kosmologie-Rechner WELTTABELLEN [3] durchgeführt. WELTTABELLEN hat über das Stefan-Boltzmann-Gesetz und die Formel für die Neutrinodichte zusätzlich den Strahlungsanteil Ω_R ermittelt.

Eine Zeichnung zur historischen Entwicklung der anteilmäßigen Dichten ist in Kap. 6, Abbildung 4 auffindbar. Verständnisfragen zur Materie-/Energie-Dichte kann man Kap. 1.3 von Quelle [7] entnehmen.

Alle weiteren Werte sind aus diesen Basisparametern abgeleitet.

Tabelle 2: Berechnete Werte für $t=HEUTE$, $a=1$, Parametersatz = Planck18 [2]

Zeit seit dem Urknall	13.790687 Mrd. Jahre
Entfernung des Beobachters zur Oberfläche der Hubblesphäre	14.507303 Mrd. Lichtjahre
Entfernung des Beobachters zum Ereignishorizont	16.679351 Mrd. Lichtjahre

2.2 Verwendete Begriffe,

Es gilt die Nomenklatur von Quelle [1]. Die meisten Begriffe und Abkürzungen sind in [1], Kap. 11 in Kurzform dargestellt. Im Weiteren werden lediglich einige Begriffe erwähnt, die das schnelle Lesen des Artikels erleichtern.

t steht für die kosmologische Zeit seit dem Urknall, a für den Skalenfaktor und $z^*=z(HEUTE)$ für die HEUTE wahrnehmbare Rotverschiebung. Der Großbuchstabe T wird anstelle von t verwendet, wenn durch den zugeordneten Zeitpunkt der Scheitel eines Lichtkegels bezeichnet wird. $z(T)$ ist die wahrnehmbare Rotverschiebung im Scheitel eines Lichtkegels $LK(T)$ (siehe Tabelle 3) zum Zeitpunkt T . Erwähnt werden muss, dass in der Literatur häufig z^* als ein t oder a zugeordneter Wert genannt wird, der in der Form $z^*=1/a-1$ berechnet werden kann. Dieser Wert ist dann eine Ersatzgröße für a oder t , hat aber für vom Lichtkegel $LK(HEUTE)$ verschiedene Konstrukte mit einer Rotverschiebung nichts mehr zu tun.

Der Skalenfaktor a für den Zeitpunkt $t=HEUTE$ wird mit $a=1$ festgelegt. Die Festlegung $a(HEUTE)=1$ ist bedingt durch eine der möglichen Transformationen, die die FLRW-Metrik (siehe [1], Kap. 3) invariant lässt. Bei allen diesen Transformationen bleibt das Produkt aus Skalenfaktor und mitbewegter Entfernung stets gleich. Wegen dieser Vereinbarung sind physikalische (Eigendistanz) und mitbewegte Entfernung für $t=HEUTE$ identisch. Die mitbewegte Entfernung bleibt (im hier vorliegenden Artikel, wie auch in [1]) auch dann mit dem Zeitpunkt $HEUTE$ verbunden, wenn Lichtkegel mit einem von $HEUTE$ verschiedenem Scheitel betrachtet werden.

Die Rolle des Beobachters ist in [1], Kap. 3 erwähnt. Die physikalische Entfernung zu den Kugeloberflächen von Hubblesphäre und Ereignishorizont ist jeweils der Radius dieser Kugeloberflächen mit dem Beobachter im Zentrum.

Galaxien sind als ruhende oder synonym mitbewegte Objekte modelliert. Gewisse Probleme dieser Festlegung sind am Ende von [1] Kap. 3 erläutert.

Alle in diesem Artikel behandelten kosmologischen Berechnungen finden in Anhängigkeit von der Zeit seit dem Urknall in einem Koordinatensystem mit physikalischen oder mitbewegten Raumkoordinaten mit dem Beobachter im Zentrum statt. Überlegungen können im Normalfall auf die **radiale Koordinatenachse** (zweite und dritte Koordinate *NULL*) des verwendeten räumlichen Koordinatensystems eingeschränkt werden (**siehe [1], Kap. 6.1**). Über dieser radialen Achse müssen anstelle von zeitabhängigen Schnittmengen zwischen kosmologischen Konstrukten (z.B. Hubblesphäre, Lichtkegel) nur noch zeitabhängige Schnittpunkte berücksichtigt werden. In Zeichnungen wird (mit Ausnahme von Kap. 6) zur Ausleuchtung kosmologischer Eigenschaften eine senkrechte Zeitachse und eine horizontale radiale Abstandsachse verwendet.

Wir verwenden den Begriff **Rezessionsgeschwindigkeit** sowohl für mitbewegte Objekte wie auch für Photonen und sowohl für physikalische wie auch für mitbewegte Koordinaten. Eine negative *Rezessionsgeschwindigkeit* v_{rez} deutet eine Annäherung an den Beobachter mit der (positiven) Annäherungsgeschwindigkeit $c - v_{\text{rez}}$ an. *Rezessionsgeschwindigkeiten* werden stets als Vielfaches der Lichtgeschwindigkeit c ausgewiesen. Mitbewegte Objekte entfernen sich aufgrund der Expansion des Universums ausnahmslos vom Beobachter. In diesem Artikel werden mitbewegte Objekte stets auf der radialen Koordinatenachse angenommen. Auf der radialen Achse gelegene, auf den Beobachter gerichtete Photonen bleiben auf dieser Achse gelegen, auch dann, wenn sie sich vom Beobachter entfernen.

Wenn wir ein astronomisches Objekt (in Großbuchstaben) **SEHEN** oder wenn der Beobachter ein solches Objekt **SIEHT**, so soll dies lediglich besagen, dass dieses Objekt Photonen in Richtung auf den Beobachter emittiert hat und diese Photonen den Beobachter gemäß Theorie auch erreichen müssten. Ob das **SICHTBARE** Objekt (alles sehr menschlich gedacht) mit einem menschlichen Auge oder einem heutigen oder zukünftigen technischen Gerät tatsächlich wahrnehmbar ist, ist dabei irrelevant. (Alle Überlegungen sind außerdem unabhängig von der vermutlich kosmologisch kurzen zukünftigen Geschichte der Menschheit.)

Erwähnt werden soll noch, dass zwischen der Rezessionsgeschwindigkeit einer Galaxie auf der Oberfläche von Hubblesphäre, Ereignishorizont und Lichtkegel und der Rezessionsgeschwindigkeit der Oberfläche eines jeden dieser Konstrukte selbst unterschieden werden muss. Die Rezessionsgeschwindigkeit einer Galaxie auf der Hubblesphäre ist immer genau c .

Ebenso soll Erwähnung finden, dass (mit der Expansion des Universums) mitbewegte (synonym: ruhende) Objekte und mitbewegte Entfernungen/mitbewegte Koordinaten voneinander unabhängige Begriffe bzw. Konzepte darstellen. Mitbewegte Objekte kann man selbstverständlich auch in physikalischen Koordinaten betrachten, und man kann deren physikalische Entfernungen vom Beobachter berechnen.

Kap. 4 verwendet überwiegend mitbewegte Koordinaten, während Kap. 5 (mit Ausnahme von Subkapitel 5.2.1), Kap. 6 und Kap. 7 auf physikalische Koordinaten zurückgreifen.

Tabelle 3: Allgemeine Abkürzungen für Hubblesphäre und Lichtkegel

HR	Hubbleradius oder Hubblesphäre: Der Hubbleradius ist der Radius der Hubblesphäre zum Zeitpunkt t (bzw. zum Skalenfaktor a). Unter Hubblesphäre wird die Abfolge von Kugeloberflächen und deren Inneres als Ganzes verstanden, wobei jede Kugeloberfläche einem t bzw. a zugeordnet ist. Da für viele Fragen der Radius die allein relevante Eigenschaft der Sphäre ist, können Hubblesphäre (wenn deren Oberfläche gemeint ist) und Hubbleradius oft fast synonym verwandt werden. Jede Galaxie (jedes mitbewegte Objekt) auf der Oberfläche der Hubblesphäre entfernt sich genau mit Lichtgeschwindigkeit vom Beobachter. Der Kosmologie-Rechner WELT-TABELLEN [3] verwendet in Textausdrücken im Allgemeinen den Begriff <i>Hubbleradius</i> .
----	--

LK(T)	Lichtkegel mit Scheitelpunkt T (des Rückwärts-Lichtkegels), T in Mrd. Jahren nach dem Urknall. Während die Hubblesphäre (als Oberfläche) eine globale Abfolge von Kugeloberflächen darstellt, ist für jedes T der Lichtkegelmantel eines jeden $LK(T)$ eine solche Abfolge von Kugeloberflächen. Obwohl, wie im hier vorliegenden Artikel, im Allgemeinen nur Objekte auf dem jeweiligen Mantel betrachtet werden, wird für verschiedene Fragestellungen auch das Innere der Kugeln dem Lichtkegel zugerechnet. Wird von einer Galaxie (einem mitbewegten Objekt) oder einem Photon auf einem Lichtkegel gesprochen, so ist damit stets die Lage auf dem Mantel gemeint.
LK(HEUTE)	Lichtkegel mit Scheitelpunkt <i>HEUTE</i>
Schnittpunkt	Wenn vom Schnittpunkt zwischen einem Lichtkegel und der Hubblesphäre gesprochen wird, so ist damit stets die Schnittmenge der Oberfläche der Hubblesphäre mit dem Mantel des Lichtkegels gemeint. Das Wort SchnittpUNKT wird deshalb verwendet, weil alle Überlegungen im Normalfall auf die radiale Koordinatenachse des verwendeten Koordinatensystems eingeschränkt werden (siehe [1], Kap. 6.1). Auch wenn vom Schnittpunkt der Weltlinie einer Galaxie mit der Hubblesphäre oder einem Lichtkegel gesprochen wird, so ist damit der Schnittpunkt der Weltlinie mit der Oberfläche/dem Mantel des jeweiligen Konstrukts über der radialen Koordinatenachse gemeint.
$t_s(T)$, $t_s(HEUTE)$	Schnittpunkt in Mrd. Jahren nach dem Urknall zwischen dem Mantel des Lichtkegels LK(T) bzw. LK(HEUTE) und der Oberfläche der Hubblesphäre oberhalb der positiven radialen Koordinatenachse.
c	Lichtgeschwindigkeit
q	Abbremsparameter, als Funktion von t : $q(t) = -a(t) a''(t) / a'(t)^2$
$a''(t)$	2. Ableitung des Skalenfaktors (nach t^2) (Dimension: $1/\text{Zeit}^2$)
EH	Kosmologischer Ereignishorizont: Der EH (genauer: die von t abhängige Folge der Kugeloberflächen des EHs) umschreibt eine obere Schranke dafür, wie weit ein mitbewegtes Objekt zum Zeitpunkt t vom Beobachter entfernt sein darf, damit von diesem Objekt emittierte, auf den Beobachter gerichtete Photonen den Beobachter in endlicher Zukunft noch erreichen. Der Raum zwischen Hubblesphäre und Ereignishorizont wird mit wachsendem t zunehmend kleiner. (Für sehr große t sind die Oberfläche der Hubblesphäre und der Ereignishorizont in Zeichnungen sowohl in mitbewegten wie auch in physikalischen Koordinaten praktisch nicht mehr voneinander unterscheidbar.)
CMB	Kosmologischer Mikrowellen-Hintergrund: Wird in diesem Artikel im Allgemeinen für den Zeitpunkt seiner Emission verwendet, nämlich 371'127 Jahre nach dem Urknall. Die HEUTE SICHTBAREN Photonen wie auch die emittierenden mitbewegten Objekte waren zu jenem Zeitpunkt 41.447549 Millionen Lichtjahre vom Beobachter entfernt, die Rezessionsgeschwindigkeit der emittierenden mitbewegten Objekte vom Beobachter betrug 66.362491 c . Die zu einem späteren Zeitpunkt als HEUTE SICHTBAREN Photonen wurden von mitbewegten Objekten emittiert, die zu genau jenem Zeitpunkt weiter vom Beobachter entfernt waren (LK(42): 53.726640 Millionen Lichtjahre) und sich mit größerer Rezessionsgeschwindigkeit (LK(42): 86.022787 c) vom Beobachter entfernten.

HR und EH sind globale, von Lichtkegeln unabhängige Konstrukte. Sie sind, wie auch z.B. der Abbremsparameter q , in Abhängigkeit vom Parametersatz (siehe Tabelle 1) für das gesamte Universum für alle Zeiten von Lichtkegeln unabhängig festgelegt. Formeln zur Berechnung sind in [1], Tabelle 4 auffindbar.

Tabelle 4: Abkürzungen für Abstände und Rezession, wobei das zugehörige t oder a in weiteren Tabellen jeweils im oberen Teil der jeweiligen Tabelle erwähnt wird

HRp	Physikalischer Abstand der Oberfläche der Hubblesphäre vom Beobachter in Mrd. Lichtjahren
HRp'	Ableitung HRp nach t . Rezessionsgeschwindigkeit in c der Oberfläche der Hubblesphäre (physikalische Koordinaten)
HRm	Mitbewegter Abstand der Oberfläche der Hubblesphäre vom Beobachter in Mrd. Lichtjahren
HRm'	Ableitung HRm nach t . Rezessionsgeschwindigkeit in c (oder jeder anderen Dimension Geschwindigkeit) der Oberfläche der Hubblesphäre (mitbewegte Koordinaten)
HRm''	2. Ableitung HRm nach t^2 . Beschleunigung (zur Rezessionsgeschwindigkeit) der Oberfläche der Hubblesphäre (mitbewegte Koordinaten) in c/sec oder jeder anderen Dimension der Beschleunigung. <i>Beschleunigung</i> ist hier als physikalischer Begriff zu verstehen und schließt die Verlangsamung (umgekehrtes Vorzeichen von HRm') ein.
$d_{\text{LK}}(\text{HEUTE})$ $d_{\text{LK}}(42)$	Physikalischer Abstand vom Beobachter einer Galaxie auf dem Mantel des Lichtkegels LK(HEUTE) bzw. LK(42) in Mrd. Lichtjahren
$D_{\text{LK}}(\text{HEUTE})$ $D_{\text{LK}}(42)$	Mitbewegter Abstand vom Beobachter einer Galaxie auf dem Mantel des Lichtkegels LK(HEUTE) bzw. LK(42) in Mrd. Lichtjahren

2.3 Errata zu Quelle [1], Version 5

Da wir uns in diesem Artikel häufig auf Quelle [1] berufen, möchten wir kurz 2 Korrekturen zu Version 5 dieser Quelle anbringen.

In Tabelle 3 und Kap. 8.2.1 war bei $z(\text{HEUTE})$ die 2. Ziffer nach dem Dezimalpunkt verloren gegangen. Richtig ist in Tabelle 3: $z(\text{HEUTE})=1.5876364$. Richtig ist in Kap.8.2.1: $z(\text{HEUTE})>1.5876364$.

In Kap. 8.2.1 muss es korrekt heißen: Schnittpunkt t_i zwischen Lichtkegel mit Scheitelpunkt *HEUTE* und der Hubblesphäre: $t_i=4.0534118$ Mrd. Jahre nach dem Urknall. In Tabelle 3 war dieser Wert korrekt aufgeführt.

3 Die Rolle der Hubblesphäre

3.1 Überblick

Der Übergang von verlangsamer zu beschleunigter Expansion fand 7.6931755 Mrd. Jahre nach dem Urknall statt. Die Hubblesphäre schnitt (siehe Definition *Schnittpunkt* in Tabelle 3) den Lichtkegel $LK(\text{HEUTE})$ mit Scheitelpunkt *HEUTE* bereits 4.0534118 Mrd. Jahre nach dem Urknall.

Das erste Ereignis ist globaler Natur. Es fand in der Geschichte des Universums nur einmal statt, wobei wir bestimmte in Diskussion befindliche Ereignisse in der ersten Sekunde des Universums, die nicht Teil des ΛCDM -Modells sind, hier nicht in die Überlegungen einbeziehen wollen. Im Gegensatz dazu gibt es für jeden Lichtkegel, repräsentiert durch seinen Scheitelpunkt T (des Rückwärts-Lichtkegels), einen Schnittpunkt mit der Hubblesphäre (siehe Definition *Schnittpunkt* in Tabelle 3). Genaugenommen findet das zweite Ereignis also ständig statt, wobei allerdings nur bei epochaler Betrachtung Veränderungen in abgeleiteten Werten

sichtbar werden. Der Zeitpunkt $T=HEUTE$ ist zwar jener, an dem alle Beobachtungen zur Begründung des Λ CDM-Modells vorgenommen wurden, die Theorie ist jedoch auf beliebige Scheitelpunkte anwendbar. Während der Schnittpunkt des Mantels des Lichtkegels mit dem Scheitel *HEUTE* mit der Oberfläche der Hubblesphäre früher als das Ereignis des Übergangs von verlangsamer zu beschleunigter Expansion stattgefunden hat, weist Tabelle 9 z.B. für den Lichtkegel $LK(42)$ (Lichtkegel mit einem Scheitelpunkt bei 42 Mrd. Jahren nach dem Urknall) einen späteren Schnittpunkt aus.

3.2 Zweiseitige und einseitige Zeichnungen für Abstände vom Beobachter

Das Thema einseitiger und zweiseitiger Zeichnungen für zeitabhängige physikalische oder mitbewegte Abstände vom Beobachter ist auch in [1], Kap. 8.2 erläutert.

Wir wollen uns zunächst mit dem globalen Ereignis befassen. In der Zeichnung (Abbildung 1) zu diesem Ereignis treten zwei reale, auf einer gemeinsamen lichtartigen Geodäte gelegene Galaxien auf, nämlich SPT0418-47 und die zugehörige Gravitationslinse (siehe [1], Kap. 8.4). Wir gehen davon aus, dass das Koordinatensystem so gewählt wurde, dass beide Galaxien oberhalb der positiven radialen Koordinatenachse gelegen sind. Zwei hypothetische Galaxien werden zusätzlich hinzugefügt, wobei es keinen Sinn machen würde, diese nun auf die negative Achse zu legen. Die zugehörige Abbildung 1 ist deshalb einseitig (nur positive radiale Koordinatenachse) angelegt.

Die Lichtkegel $LK(T)$ und die Hubblesphäre des zweiten Ereignisses sind dagegen primär theoretischer Natur. Hier haben wir uns für zweiseitige Zeichnungen (Abbildungen 2 und 3) entschieden. Für die etwas aus dem Rahmen fallende Zeichnung 8 haben wir ausnahmsweise wieder eine einseitige Lösung gewählt.

4 Übergang von verlangsamer zu beschleunigter Expansion

Kap. 4 ist an mitbewegten Koordinaten orientiert. Dies gilt insbesondere für die präsentierte Abbildung 1. An von dieser Regel abweichenden Textstellen, besonders in Tabellen, wird die Verwendung physikalischer Koordinaten stets explizit erwähnt.

Der Abbremsparameter $q(t) = -a(t) a''(t) / a'(t)^2$ nimmt, bedingt durch die Nullstelle von $a''(t)$, bei $t=t_{\ddot{u}}=7.6931755$ Mrd. Jahre nach dem Urknall den Wert *NULL* an.

Die Beziehung dieses Ereignisses zur Hubblesphäre ist dadurch gekennzeichnet, dass bei $t=t_{\ddot{u}}$ die Rezessionsgeschwindigkeit der Oberfläche der Hubblesphäre (in physikalischen Koordinaten) gleich der Lichtgeschwindigkeit ist und dass der mitbewegte Abstand vom Beobachter zur Oberfläche der Hubblesphäre seinen maximalen Wert annimmt.

4.1 Relevante kosmologische Werte

Tabelle 5: Übergang von verlangsamer zu beschleunigter Expansion

$t=t_{\ddot{u}}$	7.6931755	Mrd. Jahre nach dem Urknall
a	0.61284999	Skalenfaktor
z^*	0.63172067	Rotverschiebung HEUTE (sinnvoll nur für eine theoretische Galaxie, die im Schnittpunkt des Lichtkegelmantels mit der $q=0$ -Linie gelegen ist). Hat für die $q=0$ -Linie als Ganzes keine Bedeutung.

q	NULL	Abbremsparameter $q(t) = -a(t) a''(t) / a'(t)^2$
HRp	10.122295	Physikalischer Abstand der Oberfläche der Hubblesphäre vom Beobachter in Mrd. Lichtjahren
HRp'	1	Rezessionsgeschwindigkeit in c der Oberfläche der Hubblesphäre (physikalische Koordinaten)
HRm	16.516757 Maximum	Mitbewegter Abstand der Oberfläche der Hubblesphäre vom Beobachter in Mrd. Lichtjahren.
HRm'	0	Rezessionsgeschwindigkeit in c (oder jeder anderen Dimension von Geschwindigkeit) der Oberfläche der Hubblesphäre (mitbewegte Koordinaten)

4.2 Zusammenspiel zwischen Hubblesphäre und Galaxien

Die Hubblesphäre zum Zeitpunkt t ist begrenzt durch jene Kugeloberfläche mit dem Beobachter im Mittelpunkt, auf der sich (mit dem Beobachter) mitbewegte Objekte wie als ruhend angenommene Galaxien aufgrund der Expansion des Universums genau mit Lichtgeschwindigkeit vom Beobachter entfernen. Ein auf den Beobachter gerichteter Lichtstrahl im Innern der Hubblesphäre wird den Beobachter im Λ CDM-Modell unter allen Voraussetzungen auch erreichen.

Das Verhalten der Hubblesphäre im Zeitablauf ist entscheidend mit dem Zeitpunkt t_{ii} (ü für Übergang) des Übergangs von verlangsamer zu beschleunigter Expansion verbunden – siehe Tabelle 5. Nach der primären Beschleunigung durch den Urknall verlangsamt sich die Expansion für mehrere Milliarden Jahre, erkennbar am Kleinerwerden des Abbremsparameters q (siehe Abbildung 5)

$$q(t) = -a(t) a''(t) / a'(t)^2$$

wobei bei t_{ii} (siehe Tabelle 5) der Wert $q(t_{ii}) = 0$ angenommen wird.

Die Rezessionsgeschwindigkeit der Oberfläche der Hubblesphäre $HRp'(t)$ (radiale Koordinatenachse, physikalische Koordinaten) beträgt $HRp'(t) = c(1+q(t))$ (vgl. Harrison 1991 [4], Kap. 2.1). (Es gibt für den Fall, dass $q(t)$ in der Nähe von -1 liegt, numerisch geeignetere Berechnungsmöglichkeiten.) Da die Rezessionsgeschwindigkeit von Galaxien auf der Oberfläche der Hubblesphäre genau c beträgt, expandiert die Oberfläche der Hubblesphäre schneller als der sie umgebende Raum (schneller als ruhende Objekte, die sich allein durch die Expansion des Universums vom Beobachter entfernen), solange $q(t) > 0$. Dadurch werden bei wachsendem t , solange $t < t_{ii}$, Galaxien, die sich zuvor mit mehr als Lichtgeschwindigkeit vom Beobachter entfernt haben, von der Kugeloberfläche der Hubblesphäre überholt und geraten ins Innere der Sphäre.

Wird $t > t_{ii}$, wird also $q(t) < 0$, tritt in Bezug auf die Rezessionsgeschwindigkeit von Galaxien nun der gegenteilige Effekt ein: der Raum expandiert schneller als die Oberfläche der Hubblesphäre. In mitbewegten Koordinaten nimmt der Radius der Hubblesphäre sein Maximum bei t_{ii} an, zieht sich also für $t > t_{ii}$ zurück (siehe Abbildung 1). Früher innerhalb der Hubblesphäre und (zunächst) nahe der Kugeloberfläche gelegene Galaxien verlassen diese nun (wieder) und entfernen sich im Anschluss in physikalischen Koordinaten mit Überlichtgeschwindigkeit vom Beobachter.

Das in diesem Abschnitt geschilderte Verhalten von Galaxien ist unabhängig von der Frage der Sichtbarkeit einer Galaxie gültig. Emittiert eine zum Emissionszeitpunkt diesseits des Ereignishorizonts gelegene Galaxie Licht in Richtung auf den Beobachter, so ist dieses Licht

später vom Beobachter am Scheitel jenes Lichtkegels wahrnehmbar, auf dessen Mantel die Galaxie zum Emissionszeitpunkt gelegen war. Genauere Details sind in Kap. 5.2.1 erläutert. Abbildung 1 zeigt auch, dass die Weltlinie einer Galaxie sämtliche (Einschränkung für reale Galaxien: im Rahmen ihrer Lebensdauer) Lichtkegel schneidet.

4.3 *Schnittpunkte zwischen der Weltlinie von Galaxien und der Hubblesphäre*

Die Beobachter-bezogene Weltlinie einer als mitbewegtes Objekt modellierten Galaxie ist durch einen Punkt in der Raumzeit (oberhalb der radialen Achse ist der mitbewegte Abstand oder *der physikalische Abstand zu einem bestimmten Zeitpunkt t* ausreichend) eindeutig bestimmt, wobei im hier vorliegenden Artikel allein der Abstand zum Beobachter auf der radialen Koordinatenachse (siehe [1], Kap. 6.1) relevant ist. Diese Weltlinie kann man nach unten prinzipiell bis $t=0$ (Urknall) fortsetzen.

Der Umstand, dass die Oberfläche der Hubblesphäre unterhalb der $q=0$ -Linie schneller als der Raum, oberhalb der Raum schneller als die Oberfläche expandiert, führt dazu, dass die Weltlinie einer Galaxie, die die Oberfläche der Hubblesphäre unterhalb oder oberhalb der $q=0$ -Linie schneidet, diese ein zweites Mal oberhalb oder unterhalb (auf der anderen Seite) der Linie kreuzt.

Ein Problem bei diesen Überlegungen ist, dass man bei einer allgemeinen Betrachtungsweise nicht wissen kann, wann eine nur durch ihren mitbewegten Abstand theoretisch postulierte Galaxie entstanden ist. Eine Galaxie, die erst später als durch den zeitlich früheren Schnittpunkt der Weltlinie mit der Oberfläche der Hubblesphäre entstanden ist, schneidet die Oberfläche deshalb nur einmal. Eine Galaxie, die erst später als durch den zeitlich späteren Schnittpunkt entsteht oder entstanden ist, schneidet die Oberfläche der Hubblesphäre überhaupt nicht, auch dann nicht, wenn ihre bis zum Urknall fortgesetzte Weltlinie die Oberfläche zweimal schneidet.

Nur für speziell untersuchte Galaxien liegen Forschungsergebnisse über deren Entstehungszeitpunkt oder einen frühen Zeitpunkt im Universum vor, zu dem diese bereits existierten. Beispielsweise SEHEN wir die Galaxie SPT0418-47 (siehe [1], Kap. 8.4) heute in ihrem Zustand *1.4 Mrd. Jahre* nach dem Urknall.

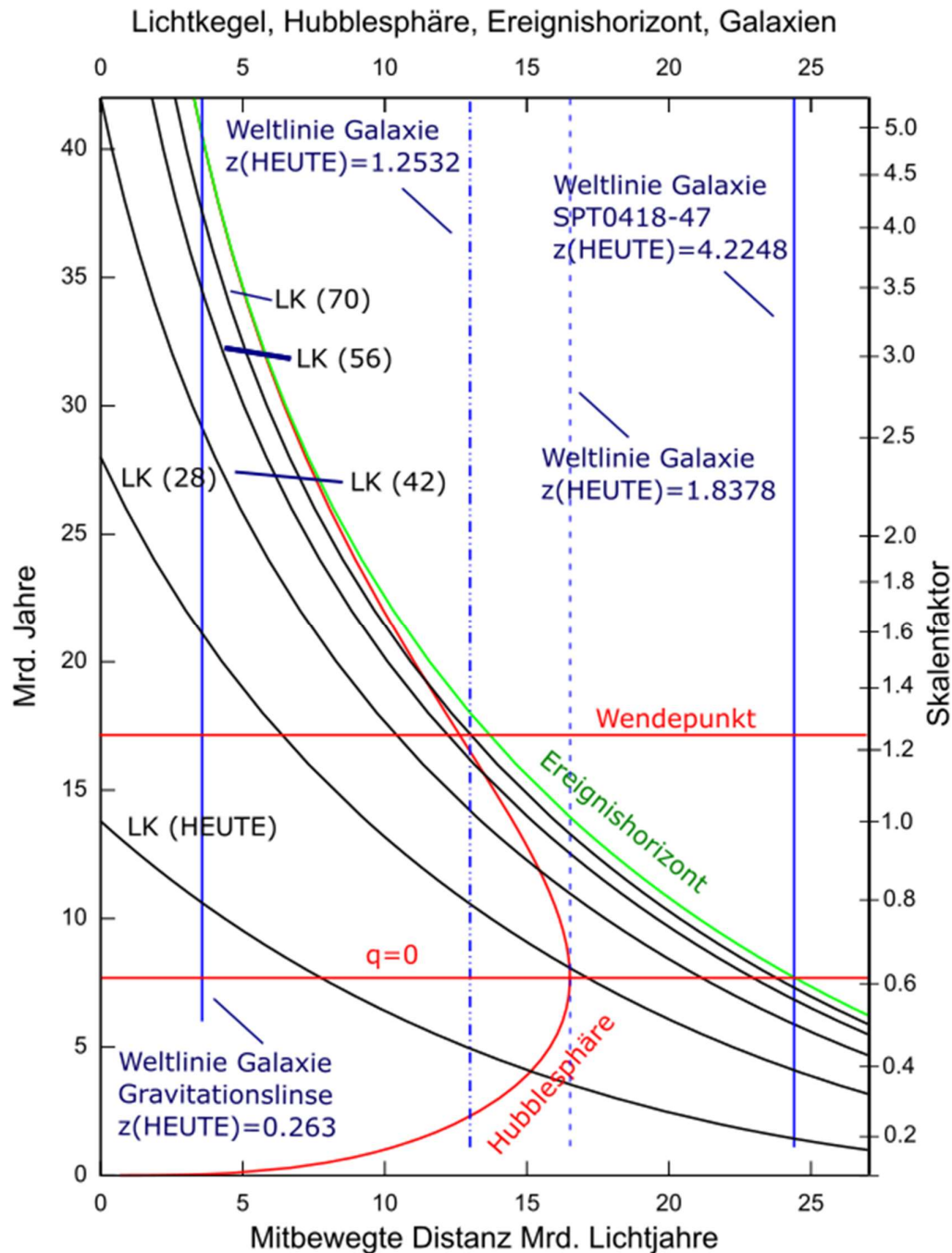


Abbildung 1: Rückwärts-Lichtkegel, Hubblesphäre, Ereignishorizont und Weltlinien von Galaxien in mitbewegten Koordinaten. $LK(T)$ bezeichnet den Lichtkegel mit einem Scheitel (des Rückwärts-Lichtkegels) bei T Milliarden Jahren nach dem Urknall. Die senkrechte linke Koordinatenachse links ist zugleich die Weltlinie des Beobachters.

Die senkrechten blauen Weltlinien von Galaxien werden durch ihren $z(\text{HEUTE})$ -Wert identifiziert. Da diese Werte nur für den Lichtkegel $LK(\text{HEUTE})$ sinnvoll sind, werden in der folgenden Tabelle 6 zusätzlich die allgemeingültigen a - und t -Werte ausgewiesen.

Der mitbewegte Abstand vom Beobachter zur mitbewegten Hubblesphäre beträgt auf der $q=0$ -Linie (also 7.6931755 Mrd. Jahre nach dem Urknall) 16.516757 Mrd. Lichtjahre. (Der

physikalische Abstand zur physikalischen Hubblesphäre beläuft sich zum gleichen Zeitpunkt auf 10.122295 Mrd. Lichtjahre.)

Tabelle 6a: Schnittpunkt der Weltlinien der Galaxien mit LK(HEUTE)

Galaxie	Mithbewegte Entfernung Mrd. Lichtjahre	Schnittpunkt Galaxie – LK(HEUTE)		
		a	z(HEUTE)	t (Mrd. Jahre)
Gravitationslinse	3.5703150	0.79176564	0.263	10.612430
Mitb 13	13	0.44381647	1.2532	4.9413431
Mitb 16.516757	16.516757	0.35237970	1.8378479	3.5455253
SPT0418-47	24.407338	0.19139489	4.2248	1.4361299

Tabelle 6b: Unterer Schnittpunkt der Weltlinien mit der Hubblesphäre

Galaxie	Mithbewegte Entfernung Mrd. Lichtjahre	Physikalische Entfernung Mrd. Lichtjahre	a	t (Mrd. Jahre)
Gravitationslinse	3.5703150	0.069146585	0.019367082	0.045553341
Mitb 13	13	3.4223687	0.26325913	2.3088394
Mitb 16.516757	16.516757	10.122295	0.61284999	7.6931755
SPT0418-47	Weltlinie der Galaxie schneidet Hubbelsphäre nicht			

Tabelle 6c: Oberer Schnittpunkt der Weltlinien mit der Hubblesphäre

Galaxie	Mithbewegte Entfernung Mrd. Lichtjahre	Physikalische Entfernung Mrd. Lichtjahre	a	t (Mrd. Jahre)
Gravitationslinse	3.5703150	17.495382	4.9002350	40.503610
Mitb 13	13	15.568066	1.1975436	16.5067938
Mitb 16.516757	Wie Tabelle 6b, nur ein Schnittpunkt			
SPT0418-47	Weltlinie der Galaxie schneidet Hubbelsphäre nicht			

In roter Farbe sieht man die Oberfläche der Hubblesphäre (oberhalb der radialen Koordinatenachse) in mitbewegten Koordinaten, die bei $q=0$ ihr Maximum annimmt und sich im oberen Bereich (t bzw. a gegen ∞) dem Ereignishorizont annähert. Hubblesphäre und Ereignishorizont konvergieren beide gegen *NULL*. Es bleibt die Hubblesphäre jedoch – in der Auflösung der Zeichnung nicht mehr erkennbar – stets innerhalb des Ereignishorizonts.

Die Zeichnung enthält 4 durch senkrechte blaue Linien gekennzeichnete Weltlinien von Galaxien, und zwar rechts die Weltlinie von SPT0418-47 ($z(HEUTE)=4.2248$) und links die der zugehörigen Gravitationslinse ($z(HEUTE)=0.263$). Die linke gestrichelte mittlere Weltlinie ist die einer potentiellen Galaxie mit einem mitbewegten Abstand von 13 Mrd. Lichtjahren vom Beobachter ($z(HEUTE)=1.2532$). Diese zusätzliche Weltlinie soll als Beispiel für eine hypothetische Galaxie dienen, die außerhalb der Hubblesphäre entstanden, von der Hubblesphäre eingeholt worden ist (stets bei $q>0$) und die Hubblesphäre wieder verlassen hat (stets bei $q<0$). Die Hubblesphäre ist also von beiden Seiten her durchlässig und deshalb kein Horizont. Die rechte der beiden gestrichelten mittleren Weltlinien berührt die mitbewegte Hubblesphäre bei $q=0$ und einer mitbewegten Entfernung von 16.516757 Mrd. Lichtjahren.

Betrachtet man eine Galaxie im Beobachter-zentrierten Universum in mitbewegten Koordinaten, so gibt es also drei Möglichkeiten:

- 1) Der mitbewegte Abstand zum Beobachter ist $> 16.516757 \text{ Mrd. Lichtjahre}$ (mitbewegte Entfernung der Oberfläche der Hubblesphäre zum Beobachter bei $q=0$, siehe Tabelle 5). Dann liegt diese Galaxie (wie SPT0418-47) für alle kosmologischen Zeiten außerhalb der Hubblesphäre.
- 2) Der mitbewegte Abstand zum Beobachter ist $< 16.516757 \text{ Mrd. Lichtjahre}$. Dann schneidet diese Galaxie die Oberfläche der Hubblesphäre zweimal, einmal für $q>0$, einmal für $q<0$. Das gilt z.B. für die eingezeichnete hypothetische Galaxie mit einem mitbewegten Abstand von $13 \text{ Mrd. Lichtjahren}$ vom Beobachter. Auch die Geodäte der Gravitationslinie schneidet (wenn man die Linie bis fast zum Urknall durchziehen würde) die Oberfläche der Hubblesphäre zweimal. Es ist allerdings anzunehmen, dass die Galaxie am unteren Schnittpunkt noch nicht gebildet war.
- 3) Es gibt noch den Sonderfall einer Galaxie mit einem mitbewegten Abstand von *genau* $16.516757 \text{ Mrd. Lichtjahren}$ vom Beobachter. Diese berührt die Hubblesphäre bei $q=0$.

4.4 Nebenergebnis: Wendepunkt der mitbewegten Hubblesphäre

Tabelle 7: Wendepunkt der mitbewegten Hubblesphäre

t	17.023779	Mrd. Jahre nach dem Urknall
a	1.2377700	Skalenfaktor
z^*	-0.19209547	„Rotverschiebung“ HEUTE, $z^*=1/a-1$
HRm	12.704801	Mitbewegter Abstand der Oberfläche der Hubblesphäre vom Beobachter in Mrd. Lichtjahren.
HRm'	-0.57130111 Annäherung	Rezessionsgeschwindigkeit in c der Oberfläche der Hubblesphäre (mitbewegte Koordinaten)
HRm''	0	Beschleunigung (zur Rezessionsgeschwindigkeit) der Oberfläche der Hubblesphäre (mitbewegte Koordinaten), in c/sec oder jeder anderen Dimension von Beschleunigung. <i>Beschleunigung</i> ist hier als physikalischer Begriff zu verstehen und schließt die Verlangsamung (umgekehrtes Vorzeichen von HRm') ein.

Der Vollständigkeit halber sei als ebenfalls globales Ereignis erwähnt, dass $17.023779 \text{ Mrd. Jahre}$ nach dem Urknall die Oberfläche der mitbewegten Hubblesphäre (oberhalb der radialen Koordinatenachse) einen Wendepunkt aufweist. In einem Koordinatensystem wie in Abbildung 1 mit senkrechter t -Achse und waagerechter Achse für den positiven radialen mitbewegten Abstand zum Beobachter biegt zu diesem Zeitpunkt (siehe Abbildung 1) die Oberfläche der Hubblesphäre von ihrer Linkskrümmung in die Rechtskrümmung des Ereignishorizonts ein, dem sie sich im Weiteren bis in Unendliche annähert.

5 Schnittpunkt zwischen Hubblesphäre und Lichtkegeln

Kap. 5 befasst sich nun mit dem Zusammenspiel zwischen Hubblesphäre und auf den Beobachter gerichteten Photonen. Das Kapitel ist an physikalischen Koordinaten orientiert. Dies gilt insbesondere für die präsentierten Abbildungen 2 und 3. Eine Ausnahme bildet das Subkapitel 5.2.1, wo im Zusammenhang mit der $q=0$ -Linie wieder auf mitbewegte Koordinaten zurückgegriffen wird. In anderen Subkapiteln und besonders in Tabellen wird die Verwendung mitbewegter Koordinaten stets explizit erwähnt.

Die Rezessionsgeschwindigkeit eines auf den Beobachter gerichteten Photons beträgt an jedem Ort zu jeder Zeit genau jene hypothetische Rezessionsgeschwindigkeit eines mitbewegten Objekts am gleichen Ort zur gleichen Zeit, minus c . Entfernt sich ein hypothetisches ruhendes

Objekt innerhalb der Hubblesphäre mit einer Geschwindigkeit v_{rez} vom Beobachter, so nähert sich ein von diesem Objekt in Richtung auf den Beobachter emittiertes Photon dem Beobachter zum Emissionszeitpunkt mit einer Geschwindigkeit von $c-v_{rez}$ an.

5.1 Relevante kosmologische Werte

Tabelle 8: Schnittpunkt LK(HEUTE) und Hubblesphäre HS

$t=t_s(\text{HEUTE})$	4.0534118	Mrd. Jahre nach dem Urknall
a	0.38645306	Skalenfaktor
$z^*=z(\text{HEUTE})$	1.5876364	Rotverschiebung <i>HEUTE</i>
$d_{LK(\text{HEUTE})} = \text{HRp}$	5.8513981	Physikalischer Abstand vom Beobachter zum Zeitpunkt $t_s(\text{HEUTE})$ in Mrd. Lichtjahren
$D_{LK(\text{HEUTE})} = \text{HRm}$	15.14129051	Mitbewegter Abstand vom Beobachter zum Zeitpunkt $t_s(\text{HEUTE})$ in Mrd. Lichtjahren
Galaxie auf HS bzw. LK(HEUTE)	1	Rezessionsgeschwindigkeit in c einer Galaxie auf der der Oberfläche der Hubblesphäre oder dem Mantel des Lichtkegels
HRp'	1.3332001	Rezessionsgeschwindigkeit in c der Oberfläche der Hubblesphäre (physikalische Koordinaten) zum Zeitpunkt $t_s(\text{HEUTE})$
HRm'	0.86220073	Rezessionsgeschwindigkeit in c der Oberfläche der Hubblesphäre (mitbewegte Koordinaten) zum Zeitpunkt $t_s(\text{HEUTE})$

Die Tabellen von [1], Kap. 8.2.2 liefern einige Werte für eine größere Anzahl von Lichtkegeln. Wir wollen uns für eine weitere vollständige Tabelle hier auf den Lichtkegel LK(42) (Scheitelpunkt 42 Mrd. Jahre nach dem Urknall) beschränken.

Tabelle 9: Schnittpunkt LK(42) und Hubblesphäre HS

$t=t_s(42)$	11.878923	Mrd. Jahre nach dem Urknall
a	0.87241131	Skalenfaktor
$z^*=z(\text{HEUTE})$	0.14624833	„Rotverschiebung“ HEUTE (nur zur alternativen Kennzeichnung von a und t , Schnittpunkt liegt nicht auf LK(HEUTE))
$z(42)$	5.1183250	Rotverschiebung am Scheitel bei $T=42$
$d_{LK(42)} = \text{HRp}$	13.472776	Physikalischer Abstand vom Beobachter zum Zeitpunkt $t_s(42)$ in Mrd. Lichtjahren
$D_{LK(42)} = \text{HRm}$	15.443147	Mitbewegter Abstand vom Beobachter zum Zeitpunkt $t_s(42)$ in Mrd. Lichtjahren
Galaxie auf HS bzw. LK(42)	1	Rezessionsgeschwindigkeit in c einer Galaxie auf der Oberfläche der Hubblesphäre oder dem Mantel des Lichtkegels
HRp'	0.61400625	Rezessionsgeschwindigkeit in c der Oberfläche der Hubblesphäre (physikalische Koordinaten) zum Zeitpunkt $t_s(42)$
HRm'	-0.44244469 (Annäherung)	Rezessionsgeschwindigkeit in c der Oberfläche der Hubblesphäre (mitbewegte Koordinaten) zum Zeitpunkt $t_s(42)$

5.2 Bedeutung der $q=0$ -Linie für Galaxien auf Lichtkegeln

5.2.1 Eine Basisaussage für $LK(HEUTE)$

Bestimmte Eigenschaften von Lichtkegeln und Hubblesphäre lassen sich einfacher nach dem Vorbild von Kap. 4 in mitbewegten Koordinaten erläutern.

Wir werfen jetzt zunächst einen Blick auf solche Galaxien, die auf dem Mantel eines Lichtkegels gelegen sind. In Kap. 4 wurden Galaxien ohne diese Nebenbedingung betrachtet. Einige Details werden wir am Beispiel von $LK(HEUTE)$ aufzeigen.

Abbildung 1 zeigt das genauere Verhalten. Alle $HEUTE$ sichtbaren (also auf dem Mantel von $LK(HEUTE)$ befindlichen) außerhalb (rechts) der Hubblesphäre gelegenen Galaxien, die einen mitbewegten Abstand von weniger als $16.516757 \text{ Mrd. Lichtjahren}$ vom Beobachter aufweisen, werden später von der Hubblesphäre überholt. Das sind genau jene Galaxien, die zwischen dem unteren Zeitpunkt $t=3.5455253 \text{ Mrd. Jahre}$ nach dem Urknall ($a=0.35237970$, $z(HEUTE)=1.8378479$, siehe Tabelle 6) und dem oberen Zeitpunkt $t_s(HEUTE)$ ($t=4.0534118 \text{ Mrd. Jahre}$ nach dem Urknall, siehe Tabelle 8) sich mit Überlichtgeschwindigkeit vom Beobachter entfernen.

Es ist offensichtlich, dass vergleichbare Aussagen (mit anderen Zahlen für den unteren Zeitpunkt) für alle Lichtkegel gelten, die die Hubblesphäre in mitbewegten Koordinaten unterhalb der $q=0$ -Linie schneiden.

Alle jene auf $LK(HEUTE)$ gelegenen Galaxien mit einem mitbewegten Abstand von mehr als $16.516757 \text{ Mrd. Lichtjahren}$ vom Beobachter sind zwar sichtbar, haben aber zu allen Zeiten außerhalb der Hubblesphäre gelegen und sich mit mehr als der Lichtgeschwindigkeit vom Beobachter entfernt.

Der Lichtkegel $LK(26.601048)=LK(a=2.2029173)$ schneidet die Hubblesphäre auf der $q=0$ -Linie genau im mitbewegten Maximalabstand von $16.516757 \text{ Mrd. Lichtjahren}$ vom Beobachter.

Schneidet hingegen ein Lichtkegel (wie z.B. $LK(42)$) die Hubblesphäre (wie in Abbildung 1 einfach erkennbar) oberhalb der $q=0$ -Linie, so entfernen sich alle außerhalb (rechts) der Hubblesphäre auf dem Mantel des Lichtkegels gelegenen Galaxien für alle Zeiten mit Überlichtgeschwindigkeit vom Beobachter. Auch eine im Schnittpunkt gelegene Galaxie entfernt sich im Anschluss mit mehr als Lichtgeschwindigkeit vom Beobachter, gleiches gilt mit einer gewissen Verzögerung für nahe dem Schnittpunkt gelegene Galaxien innerhalb (links) der Oberfläche der Hubblesphäre. Nur als Beispiel sei erwähnt, dass man den Schnittpunkt zwischen dem Mantel von $LK(42)$ und der Oberfläche der Hubblesphäre bei $t=11.878923 \text{ Mrd. Jahre}$ nach dem Urknall findet (siehe Tabelle 9).

Die soeben erfolgten Aussagen sind ohne Einschränkungen korrekt. Es soll aber einem eventuellen Fehlverständnis vorgebeugt werden: selbstverständlich liegen jene zuvor erwähnten, einst auf dem Mantel von $LK(HEUTE)$ gelegenen Galaxien, wenn sie von der Oberfläche der Hubblesphäre überholt werden, längst nicht mehr auf dem Mantel des Lichtkegels von $LK(HEUTE)$. Überhaupt haben alle erwähnten einst auf einem Mantel von Lichtkegeln gelegenen Galaxien, über deren Entfernung vom Beobachter berichtet wurde, den in Diskussion stehenden Lichtkegel bei weiterer Entfernung vom Beobachter längst verlassen.

Zum besseren Verständnis soll deshalb eine kurze Erläuterung zum Aufenthalt von Galaxien auf einem Lichtkegel zwischengeschoben werden.

5.2.2 Der kurze Aufenthalt von Galaxien auf einem Lichtkegel

Die Galaxien sind nach dem Zeitpunkt, zu dem sie die Photonen vom Lichtkegelmantel in Richtung auf den Beobachter emittieren, selbst nicht mehr auf dem Mantel des Lichtkegels gelegen. Genaugenommen wurde dieses Thema bereits in [1], Kap. 8.4, abgehandelt. Wir wollen diesen Zusammenhang hier nur in neuer Form zur Erläuterung der aktuell bearbeiteten Fragestellung wieder aufnehmen. Während wir eine bestimmte augenblicksüberdauernde Galaxie für einen Zeitbereich unter Beobachtung nehmen, ist der Mantel des Lichtkegels keine konstante Geodäte. Genaugenommen ändert sich der Lichtkegel mit jeder neuen Sekunde, Minute, Stunde oder jeder Differenz-Zeiteinheit, an der wir interessiert sind, als Ganzes. Und die beobachtete Galaxie ist nach dieser Zeiteinheit nicht mehr an jenem Ort (physikalischer Abstand zum Beobachter), an dem sie vor dieser Zeiteinheit angesiedelt war.

Wie wollen diesen Umstand mit Hilfe von Tabelle 10 klar machen. Als Galaxie wählen wir die bereits zuvor behandelte Galaxie SPT0418-47. Zwischen dem ersten Zeitpunkt *HEUTE* und dem zweiten Zeitpunkt *HEUTE+100'000 Jahre (MORGEN)* liegen 100'000 Jahre. Wir beobachten SPT0418-47 an diesen beiden Zeitpunkten. Die Ergebnisse halten wir in Tabelle 10 fest. Tabelle 10 besteht aus vier Subtabellen in der ersten horizontalen Reihe und einer fünften Subtabelle in der zweiten Reihe.

T =Scheitel des Lichtkegels in Mrd. Jahren nach dem Urknall

A =zu T gehöriger Skalenfaktor

t =Zeitpunkt der Emission der beim Scheitel T SICHTBAREN Photonen in Mrd. Jahren nach dem Urknall

a =zu t gehöriger Skalenfaktor

$z(\text{Scheitel})$ =Rotverschiebung am Scheitelpunkt = $A/a-1$

Die Rotverschiebung von SPT0418-47 ist bekannt: $z(\text{HEUTE})=4.2248$. Folglich gilt für den Skalenfaktor des *HEUTE* sichtbaren Lichts $A(\text{HEUTE})=1$ und für den über die Rotverschiebung 4.2248 ermittelten Skalenfaktor $a(\text{em-HEUTE})=0.191394885928651$ der Galaxie SPT0418-47 die Beziehung $A(\text{HEUTE})/a(\text{em-HEUTE})=5.2248$ („em“ steht für die Zeit der Emission des *HEUTE* sichtbaren Lichts).

„em-HEUTE“ in der zweiten Subtabelle kann man als „Zeit der Emission des *HEUTE* sichtbaren Lichts“, „em-MORGEN“ als „Zeit der Emission des *MORGEN* sichtbaren Lichts“ interpretieren.

Wir haben nun den T -Wert von *HEUTE* um 100'000 Jahre erhöht und apostrophieren den Zukunftswert als „*MORGEN*“. Alle gelb unterlegten Werte in Tabelle 10 beziehen sich auf diesen Zukunftswert, alle orange unterlegten auf *HEUTE*. In der jeweils ersten Zeile aller Subtabellen findet man den Skalenfaktor, in der jeweils zweiten die Zeit seit dem Urknall in Mrd. Jahren. In der fünften Subtabelle sieht man in der ersten Zeile genau den Wert $A(\text{HEUTE}) / a(\text{em-HEUTE})=5.2248$.

Der Beobachter sieht zum Zeitpunkt $T(\text{MORGEN})=T(\text{HEUTE}+100'000)$ die Photonen eines späteren Lichtkegels. Er beobachtet die Galaxie SPT0418-47 in ihrem Zustand zum Zeitpunkt $t(\text{em-MORGEN})=1.43614903376848$ Mrd. Jahre nach dem Urknall. In der ersten gelben Zeile der fünften Subtabelle (BE/SP steht für „Beobachter geteilt durch SPT0418-47“) sieht man jetzt den Wert $A(\text{MORGEN}) / a(\text{em-MORGEN})=5.224789426$. Die Rotverschiebung bei $T(\text{MORGEN})$ zur Galaxie SPT0418-47 beträgt also nun 4.224789426.

Die dritte Subtabelle zeigt nun die Δ -Werte *MORGEN* minus *HEUTE* (Beobachter) bzw. *em-MORGEN* minus *em-HEUTE* (SPT0418-47). Die vierte Subtabelle berechnet den Quotienten dieser beiden Δ -Werte. Als Ergebnis stellt man fest, dass der Quotient der Δ -Zeitwerte (und nicht etwa der Quotient der Δ -Skalenfaktorwerte) das Verhältnis $A(\text{MORGEN})/a(\text{em-MORGEN})$ bzw. $A(\text{HEUTE})/a(\text{em-HEUTE})$ (ungefähr den mittleren Wert des gelben und des orange Wertes der fünften Subtabelle) widerspiegelt.

Tabelle 10: Galaxie SPT0418-47, $z(\text{HEUTE})=4.2248$, Beobachter HEUTE, Beobachter HEUTE+100'000 Jahre (MORGEN)

Beobachter		SPT0418-47		Δ Beobachter	Δ SPT0418-47	Δ Beobachter / Δ SPT0418-47	
A	1.0000068931	l	0.1913965926	0.1913948859	6.893093E-06	1.706652E-06	4.038955196
T	13.7907868085	t	1.4361490338	1.4361298943	1E-04	1.913951E-05	5.224794716
MORGEN		em-MORGEN		MORGEN	em-MORGEN		
HEUTE		em-HEUTE		minus HEUTE		minus em-HEUTE	
Beobachter/SPT0418-47							
A/a	5.224789426		5.2248				
T/t	9.602615386		9.60267373				
		BE/SP-MORGEN		BE/SP-HEUTE			

Vereinfacht können wir das Ergebnis folgendermaßen festhalten: Aus Sicht des Beobachters bei T laufen Ereignisfolgen auf der Galaxie bei t (**bei kurzen Zeitunterschieden ΔT und zugehörigen Δt**) um den Faktor A/a verlangsamt ab, d.h. sie benötigen die A/a verlängerte Zeit der Beobachtung im Vergleich zur Zeit ihrer Emission.

Es sollte klar sein, dass nur ein Vergleich der beiden Lichtkegel mit den Scheitelpunkten *MORGEN* und *HEUTE* die korrekte Lösung ermitteln kann. Es ist übrigens gleichgültig, ob man die Ergebnisse über die Zeit (wie soeben geschehen) oder über den Skalenfaktor berechnet. Man gewinnt stets das gleiche Ergebnis, übrigens auch dann, wenn man die Berechnungen bei der emittierenden Galaxie (hier SPT0418-47) ansetzt.

Außerdem soll hier vermerkt werden, dass für bestimmte theoretische Fragestellungen die Verwendung von Werten mit höherer Genauigkeit durchaus sinnvoll ist, auch dann, wenn gewisse Basiswerte des Parametersatzes wie z.B. Ω_M nur 3-stellig vorgegeben worden sind.

5.2.3 Rezession von Galaxien versus Rezession von Photonen

In Kap. 4 wurde das Zusammenspiel zwischen Hubblesphäre und Galaxien dargelegt. In den vorherigen Abschnitten von Kap. 5 erfolgte eine Anwendung der ermittelten Ergebnisse auf solche Galaxien, die auf dem Mantel von Lichtkegeln gelegen sind, insbesondere auf die *HEUTE* SICHTBAREN Galaxien auf dem Mantel von *LK(HEUTE)*. Häufiger und für die praktische Arbeit in der Astronomie wichtiger ist der Umstand, dass von Galaxien jenseits der Hubblesphäre emittiertes, auf den Beobachter gerichtetes Licht, das sich bisher vom Beobachter entfernt hatte, nun von der Hubblesphäre eingefangen wird, wodurch diese Galaxien für den Beobachter SICHTBAR werden, auch dann, wenn die Galaxien selbst weiterhin außerhalb der Hubblesphäre gelegen sind (vgl. Davis/Lineweaver 2003 [5], Kap. 3.3 oder Davis 2003 [6], Kap. 2-1.3) und sich mit mehr als (eventuell mehrfacher) Lichtgeschwindigkeit vom Beobachter entfernen.

Wie zu Beginn von Kap. 5 erwähnt, beträgt die Rezessionsgeschwindigkeit eines auf den Beobachter gerichteten Photons an jedem Ort zu jeder Zeit genau jene hypothetische Rezessionsgeschwindigkeit eines mitbewegten Objekts am gleichen Ort zur gleichen Zeit, minus c . Anders als als mitbewegte Objekte modellierte Galaxien, die sich ausnahmslos vom Beobachter entfernen und sich schließlich beim Überschreiten des Ereignishorizonts der

Wahrnehmbarkeit durch den Beobachter entziehen, erreichen zu einem bestimmten Zeitpunkt sich diesseits des Ereignishorizonts bewegend, auf den Beobachter gerichtete Photonen schließlich den Beobachter. Bevor wir diese Aussage durch Kap. 6 und Kap. 7 erhärten wollen, sollen zunächst verschiedene Thesen zur Rezessionsgeschwindigkeit für ausgewählte Lichtkegel konkretisiert und für $LK(HEUTE)$ mit Zahlen belegt werden.

5.3 Rezessionsgeschwindigkeiten und ihr Bezug zur Hubblesphäre

In Kap. 5.3 verwenden wir nur noch physikalische Koordinaten und zweiseitige Zeichnungen.

Abbildung 2 zeigt die ineinander verschachtelten Rückwärts-Lichtkegel für verschiedene Scheitelpunkte. Jeder Lichtkegel mit einem höhergelegenen (zeitlich weiter vom Urknall entfernten) Scheitelpunkt schließt den tiefergelegenen vollständig ein. Die Form der Lichtkegel wird mit Begriffen wie Träne, Tropfen (englisch oft: teardrop) oder auch Birne bezeichnet.

Alle Lichtkegel sind im unteren Bereich der Zeichnung jeweils unterhalb der Hubblesphäre gelegen. Die Oberfläche der Hubblesphäre schneidet jeden eingezeichneten Lichtkegel, und zwar stets zum Zeitpunkt der größten Entfernung des Lichtkegelmantels vom Beobachter. Auf dem Mantel eines Lichtkegels gelegene Galaxien entfernen sich also unterhalb des (noch vom Scheitelpunkt T abhängigen) Schnittpunkts $t_S(T)$ (zeitlich vor Erreichen des Schnittpunkts) mit Überlichtgeschwindigkeit vom Beobachter. Von der Galaxie emittierte, auf den Beobachter gerichtete, sich einst vom Beobachter entfernende Photonen wurden bis zum Zeitpunkt $t_S(T)$ von der sich vergrößernden Hubblesphäre überholt, wodurch diese sich dem Beobachter annäherten und die Galaxie SICHTBAR wurde.

Galaxien auf Lichtkegel und Hubblesphäre

Rezession in Vielfachen der Lichtgeschwindigkeit

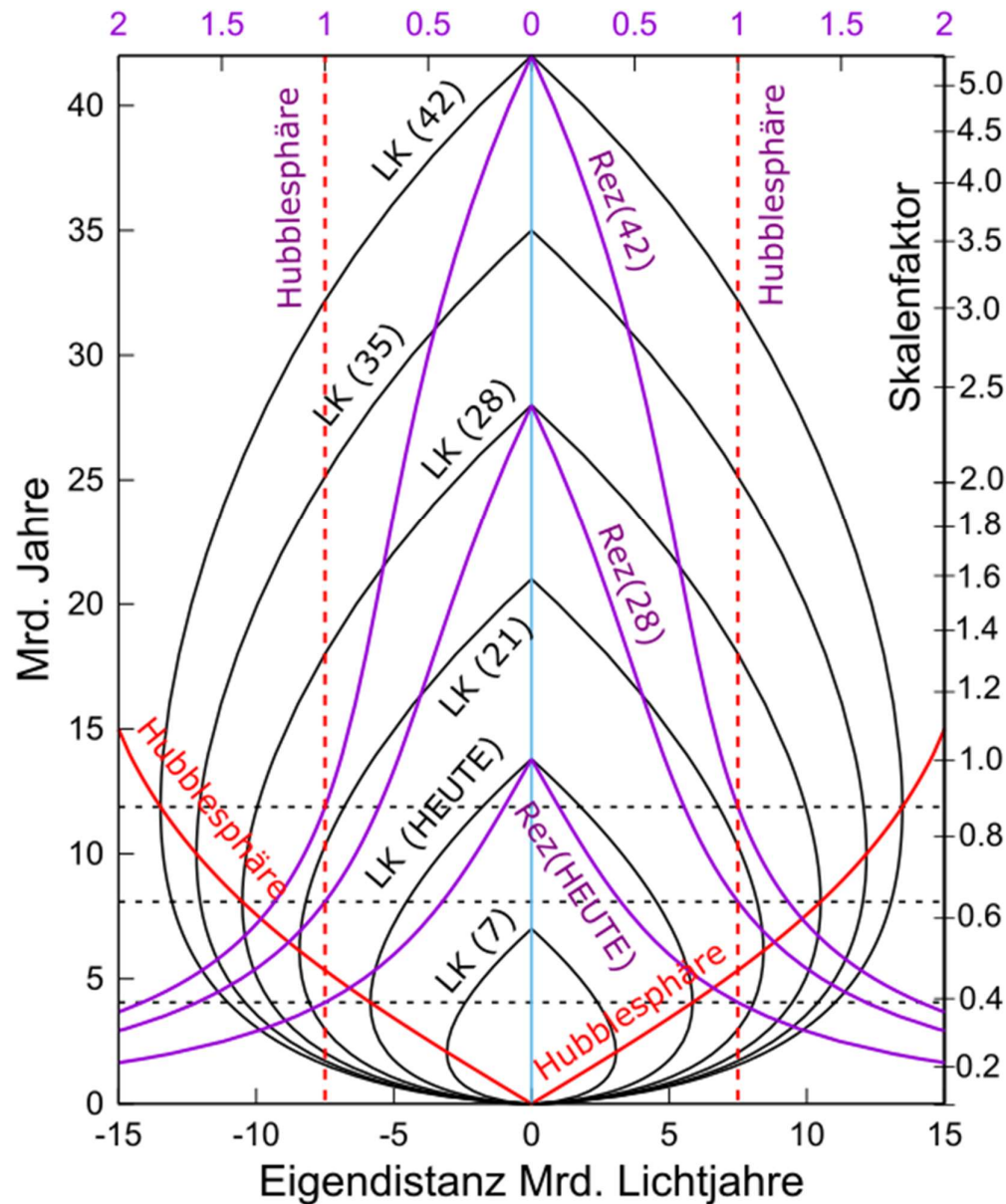


Abbildung 2: Rezession von Galaxien auf dem Mantel von Lichtkegeln und der Oberfläche der Hubblesphäre in physikalischen Koordinaten

$LK(T)$ bezeichnet den Rückwärts-Lichtkegel mit einem Scheitel bei T Milliarden Jahren nach dem Urknall. Die senkrechte Mittellinie ist die Weltlinie des Beobachters. Verdeutlicht werden soll das Verhalten von hypothetischen, als mitbewegte Objekte modellierten Galaxien, die zu einem bestimmten Zeitpunkt (linke senkrechte Achse) bzw. dem zugeordneten Skalenfaktor (rechte synchrone senkrechte Achse) auf dem Lichtkegel $LK(T)$ gelegen sind und Photonen in Richtung auf den Beobachter emittieren. Diese Photonen folgen dem Mantel des Lichtkegels (lichtartige Geodäten in schwarzer Farbe) bis zum Scheitelpunkt. Auf der unteren waagerechten

Achse ist der physikalische Abstand dieser Galaxien bzw. Photonen abgetragen. Die Galaxien entfernen sich genau zum Emissionszeitpunkt gemäß der auf der oberen waagerechten Achse angezeigten Rezessionsgeschwindigkeiten vom Beobachter. Diese Rezessionsgeschwindigkeiten werden durch die violetten Linien als *Rez(42)*, *Rez(28)* und *Rez(HEUTE)* für jeden Zeitpunkt bzw. jeden Skalenfaktor angezeigt. Schließlich wird noch die Oberfläche der Hubblesphäre in roter durchgezogener Linie in Bezug auf die untere Achse und in roter gestrichelter Linie in Bezug auf die obere Achse angezeigt.

Achtung: Untere und obere Achse sind nicht synchron. Trotzdem werden gewisse (besonders in der Anfangsphase des Universums) gegenläufige und (nahe den Scheitelpunkten) gleichläufige Charakteristiken zwischen dem Weg des Lichts und dem Rezessionsverhalten erkennbar.

Die zu den waagerechten Achsen parallelen schwarzen gestrichelten Hilfslinien markieren die Zeitpunkte bzw. Skalenfaktoren, bei denen die Lichtkegel *LK(HEUTE)*, *LK(28)* und *LK(42)* die Oberfläche der Hubblesphäre schneiden (siehe auch Tabelle 11). Auf jeder dieser Linien schneiden sich sowohl die durchgezogene Hubblesphäre und der Mantel des Lichtkegels *LK(T)* sowie die gestrichelte (senkrechte) Hubblesphäre und die Rezessionslinie *Rez(T)*.

Da wir später in Zusammenhang mit Abbildung 3 negative Rezessionsgeschwindigkeiten mit Annäherungsgeschwindigkeiten (von Photonen) verbinden werden, haben wir auf der (oberen) Rezessionsachse auch die Rezessionsgeschwindigkeiten oberhalb der (unteren) negativen Abstandshalbachse mit positiven Werten bezeichnet.

Tabelle 11: Schnittpunkt zwischen Lichtkegelmantel und Oberfläche der Hubblesphäre

Schnittpunkt	t (Mrd. Jahre)	a
$t_s(7)$	2.0682864	0.24445050
$t_s(HEUTE)$	4.0534118	0.38645306
$t_s(21)$	6.1204295	0.51721071
$t_s(28)$	8.0814764	0.63636517
$t_s(35)$	9.9990437	0.75355169
$t_s(42)$	11.878923	0.87241131

Betrachten wir unseren heutigen Lichtkegel *LK(HEUTE)*, so können wir Folgendes festhalten: Alle HEUTE mit einer Rotverschiebung $z(HEUTE) > 1.5876364$ (siehe Tabelle 8) sichtbaren Galaxien (Schnittpunkt $t_s(HEUTE)$) zwischen Lichtkegelmantel mit Scheitelpunkt *HEUTE* und der Oberfläche der Hubblesphäre: $t_s(HEUTE) = 4.0534118$ Mrd. Jahre nach dem Urknall, beim Skalenfaktor $a = 0.38645306$, haben sich zum Zeitpunkt der Lichtemission mit Überlichtgeschwindigkeit vom Beobachter entfernt, die meisten davon (alle, die nie von der Hubblesphäre überholt wurden) zu allen Zeiten. Genauere Details sind in Kap. 5.2 erläutert.

Im Falle unseres *HEUTIGEN* Lichtkegels gilt also $t_s(HEUTE) < t_{ii}$. Diese Bedingung ist, wie in Kap. 5.2 erläutert, dem Überholen von Photonen durch die Hubblesphäre zwar förderlich, aber nicht notwendig. Z.B. gilt für $T=28$, $T=35$ und $T=42$: $t_s(T) > t_{ii}$ (siehe Tabelle 11).

Rezession Lichtkegel(HEUTE) und Hubblesphäre

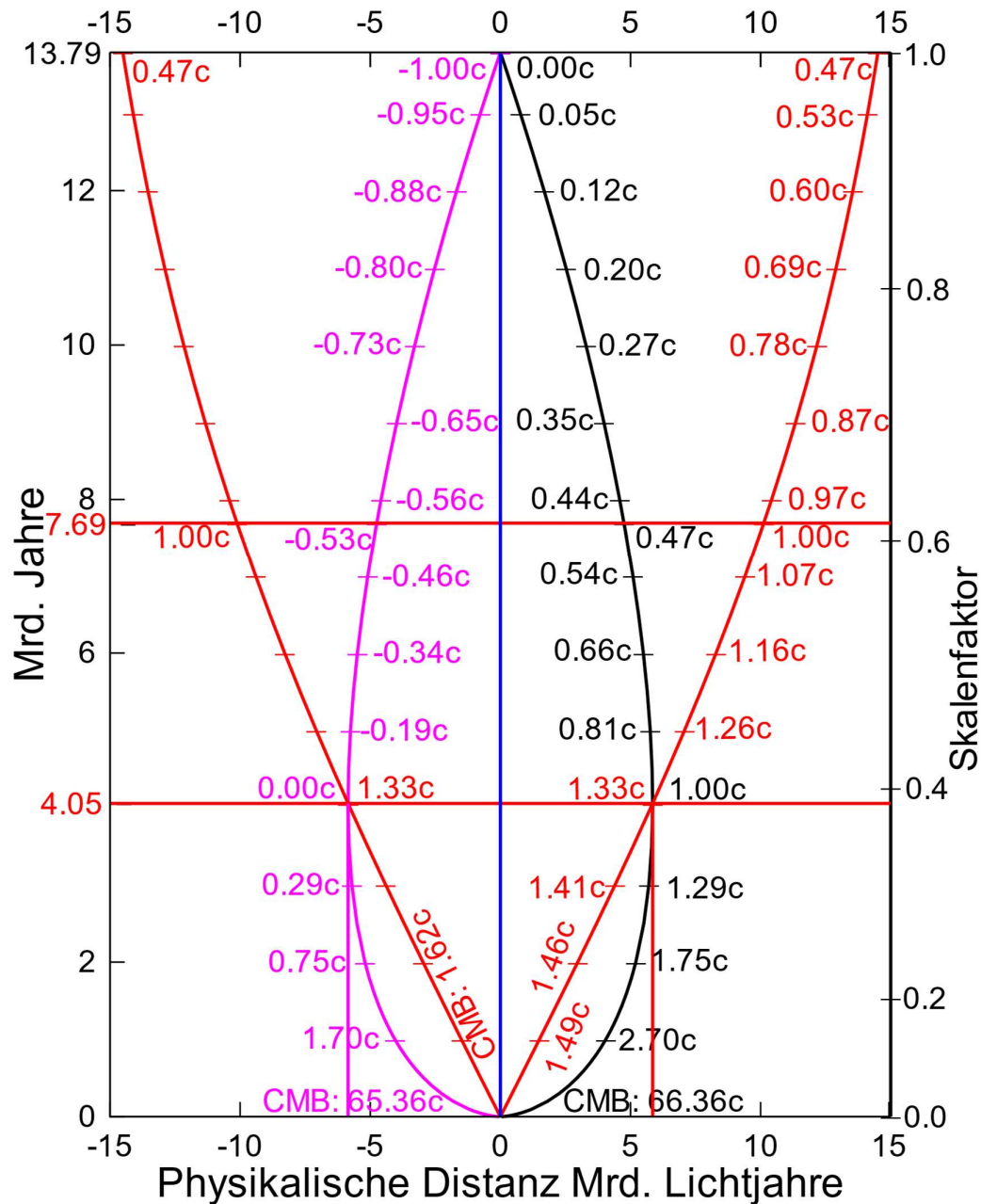


Abbildung 3: Rezessiongeschwindigkeiten in physikalischen Koordinaten der Oberfläche der Hubblesphäre (rot), von Galaxien auf dem Mantel des Lichtkegels $LK(HEUTE)$ (schwarz) und von auf den Beobachter gerichteten Photonen auf dem Mantel von $LK(HEUTE)$ (magenta). Negative „Rezessiongeschwindigkeiten“ deuten an, dass sich die entsprechenden Photonen dem Beobachter annähern.

Die Rezessiongeschwindigkeit von Galaxien auf der Oberfläche der Hubblesphäre ist immer genau c , die von auf den Beobachter gerichteten Photonen immer genau $NULL$. Für einen Augenblick ist die Rezession der Photonen weder positiv noch negativ, d.h.

die Photonen entfernen sich für einen Augenblick nicht vom Beobachter und nähern sich dem Beobachter auch nicht an.

Die Rezessionsgeschwindigkeit von auf den Beobachter gerichteten Photonen auf dem Lichtkegel entspricht der Rezessionsgeschwindigkeit des Lichtkegels als Oberfläche.

6 Konsequenzen von Verlangsamung und Beschleunigung der Expansion

Kap. 6 und Kap. 7 sind an physikalischen Koordinaten orientiert.

Die *HEUTE* (von astronomischen Geräten) SICHTBAREN (also auf dem Lichtkegel *LK(HEUTE)* gelegenen) Photonen des CMB haben sich zu ihrer Emissionszeit 371'127 Jahre nach dem Urknall mit 65.36-facher Lichtgeschwindigkeit vom Beobachter entfernt (siehe Abbildung 3). Mit der Frage, warum diese Photonen heute SICHTBAR (siehe Bemerkung zu SEHEN in Kap. 2.2) sind, wollen wir uns in diesem Kapitel befassen.

Dabei sollte zunächst bemerkt werden, dass in der anstehenden Frage nichts zusätzlich bewiesen werden muss. Ganz abgesehen von der Tatsache, dass wir die Photonen des CMB wirklich SEHEN können, wird die damalige Rezessionsgeschwindigkeit und die heutige SICHTBARKEIT auch durch die kosmologische Theorie unterstützt.

In [1], Tabelle 4 sind die Formeln für den Lichtkegel zu einem Scheitelpunkt T (und alle anderen relevanten kosmologischen Konstrukte) aufgeführt. Auf der Basis dieser Formeln wurden alle Lichtkegelzeichnungen wie die Abbildungen 1-3 des hier vorliegenden Artikels, alle Zeichnungen von [1] und die vieler anderer kosmologischer Veröffentlichungen hergeleitet. In Kap. 7 ist erläutert, wie sich Lichtkegelmäntel für sehr lange Zeiten an den Ereignishorizont anschmiegen, wenn die Scheitelpunkte T gegen ∞ streben, bevor jeder einzelne Lichtkegel schlussendlich dennoch den Beobachter erreicht. Jede Galaxie und jedes Photon diesseits des (beobachterabhängigen) Ereignishorizonts ist auf dem Mantel eines Lichtkegels gelegen, und jedes auf den Beobachter gerichtete Photon diesseits des Ereignishorizonts wird den Beobachter irgendwann auch erreichen.

Obwohl nichts zu beweisen ist, erscheint es uns zweckmäßig, einige Belege beizusteuern, die ausleuchten, warum Photonen den Beobachter erreichen, obwohl sie sich einst mit mehrfacher Lichtgeschwindigkeit vom Beobachter entfernt hatten.

Während augenblicksüberdauernde mitbewegte Objekte sich nur kurz auf dem Mantel eines bestimmten Lichtkegels aufhalten (siehe Kap. 5.2.2), beschreibt der Mantel Ort (Abstand vom Beobachter auf der positiven radialen Halbachse) und Zeit der (tatsächlichen oder theoretischen) Emission von Photonen, die den Beobachter am Scheitelpunkt gleichzeitig erreichen. Ein Lichtkegel ist also ein zurückgerechnetes Konstrukt. Wenn man liest, ein Photon hätte zu einem bestimmten Zeitpunkt der Vergangenheit auf einem Lichtkegel gelegen, so handelt sich um den zurückgerechneten Ort und die zurückgerechnete Zeit eines Photons, das den Beobachter am Scheitel soeben erreicht hat. Bewegt man sich zur Beobachtung augenblicksüberdauernder mitbewegter Objekte eine bestimmte Zeiteinheit (z.B. 1 Sekunde oder 100 Millionen Jahre) in die Zukunft, so besteht der dann neu beobachtete Lichtkegel aus vollständig anderen Photonen, die wieder den Beobachter zum Zukunftszeitpunkt gleichzeitig erreichen. Die Berechnungen aus Kap. 5.2.2 können übernommen werden.

Der Umstand, dass Photonen, die sich bei ihrer Emission mit mehrfacher Lichtgeschwindigkeit vom Beobachter entfernt hatten, heute SICHTBAR sind, kann nicht allein mit ihrem Verhalten in der Umgebung der Oberfläche der Hubblesphäre erklärt werden. Selbstverständlich hat sich

nicht nur die Hubblesphäre durch die Verlangsamung der Expansion vergrößert. Vielmehr hat das mit der Verlangsamung verbundene Verhalten im gesamten Universum zu einer Reduktion von Rezessionsgeschwindigkeiten von mitbewegten Objekten und auf den Beobachter gerichteten Photonen geführt, und dieses Verhalten war umso ausgeprägter, je früher es im Universum aufgetreten ist. Dieses Verhalten durch die Ausdehnung bestimmter Konstrukte mit fester Geschwindigkeit und das Einfangen von mitbewegten Objekten und Photonen durch diese Konstrukte zu begründen, ist nur eine Möglichkeit zur Umschreibung der Reduktion von Rezessionsgeschwindigkeiten.

In [1], Kap. 8.2.3 wurde erläutert, wie man dieses Einfangen durch die Expansion von Vielfachen der Oberfläche der Hubblesphäre erklären kann. In der räumlich-zeitlichen Umgebung des Urknalls wird der Quotient (physikalisch oder mitbewegt) Ereignishorizont/Hubblesphäre beliebig groß, bei $q=0$ beträgt dieser Quotient allerdings nur noch 1.48:1.

Tabelle 12: Quotient Ereignishorizont/Hubbleradius

t: Zeit seit dem Urknall in Mrd. Jahren
 z: Rotverschiebung am Scheitelpunkt des Lichtkegels LK(HEUTE)
 a: Skalenfaktor, $a(\text{HEUTE})=1$
 EH/HR: Ereignishorizont/Hubbleradius

t	z(HEUTE)	a	EH/HR	
0.371127E-03	1090	0.916590E-03	90.8406	CMB
1.00000	5.65387	0.150288	4.37588	
3.00000	2.18110	0.314356	2.48449	
4.05341	1.58764	0.386453	2.10158	
6.00000	0.961508	0.509812	1.68880	
7.69318	0.631721	0.612850	1.47923	q=0
9.00000	0.444714	0.692178	1.36829	
12.0000	0.136021	0.880265	1.20785	
13.7907	0.000000	1.00000	1.14972	HEUTE
20.0000	-0.328461	1.48912	1.04982	
100.000	-0.993153	146.057	1.00000	

t=4.05341 Schnittpunkt LK(HEUTE)-Hubblesphäre

t=7.69318 Übergang von verlangsamer zu beschleunigter Expansion

Auf eine Detaillierung des Konzepts im Hinblick auf die Frage, wo dessen Einsatz noch zweckmäßig ist, wo nicht und wo die Grenzen zwischen beiden Einsatzgebieten liegen, soll hier verzichtet werden. Wir nehmen allerdings das Thema der Verringerung des Abstands zwischen Ereignishorizont und Hubblesphäre in Kap. 7 in anderer Form wieder auf.

Das durch den Abbremsparameter $q(t)$ verdeutlichte Verhalten von $a(t)$, $a'(t)$ und $a''(t)$, das nach der initialen Extrembeschleunigung in den Anfängen des Universums (innerhalb eines Bruchteils der ersten Sekunde) bis zur $q=0$ -Linie die Verlangsamung der Expansion bewirkt, beschränkt sich nicht nur auf den durch die Oberfläche der Hubblesphäre begrenzten Raum, sondern betrifft das Universum als Ganzes. Das Abbremsverhalten war anfangs erheblich (Abbremsparameter 1.0 kurz nach dem Urknall), wurde langsam schwächer und kam 7.6931755 Mrd. Jahre bei $q=0$ schließlich zum Erliegen. Seitdem findet eine ständig zunehmende Beschleunigung statt, die in sehr naher epochaler Zukunft exponentielle Züge aufweisen wird.

Zur Erhärtung der durch die Abbremsung der Expansion bedingten Reduktion von Rezessionsgeschwindigkeiten haben wir 4 Zeichnungen beigelegt. Die ersten beiden (Abbildungen 4 und 5) unterscheiden zwischen Strahlungsära, Materieära und Ära der Dunklen Energie und den zwischengelagerten Äquivalenz-Phasen. Diese beiden Zeichnungen enthalten in der vertikalen Achse eine logarithmische Zeitskala und in der horizontalen Achse eine lineare (nichtlogarithmierte) Kennziffernachse. Die dritte Zeichnung (Abbildung 6) zeigt das Verhalten des Hubble-Parameters und die vierte (Abbildung 7) unmittelbar die Rezession mitbewegter Objekte. In den letzten beiden Zeichnungen ist jeweils neben der Zeitachse auch die themenbezogene Achse (Hubble-Parameter, Rezession) logarithmiert, und diese doppelte Logarithmierung hat leider die Eigenschaft, verschiedene Details der unterschiedlichen Ären zu nivellieren.

Die Abbildungen 6 und 7 zeigen die zeitliche Entwicklung von 10^{-15} Mrd. Jahren (32 Sekunden) nach dem Urknall bis zu 100 Mrd. Jahren (Abbildung 7: 1000 Mrd. Jahren) nach dem Urknall nach. Die Abbildungen 4 und 5 weisen eine untere Schranke von 10^{-9} Mrd. Jahren (1 Jahr) nach dem Urknall auf. Diese untere Schranke der letztgenannten Abbildungen ist aber keine Einschränkung gegenüber den anderen beiden Zeichnungen, da man den Wert zur jeweils unteren Schranke im Rahmen der Zeichengenauigkeit jeweils konstant mit 0 oder 1 (Abbildung 4) bzw. 1 (Abbildung 5) beliebig nach unten fortsetzen kann. Die Abbildungen sollen für sich selbst sprechen und sind nur spärlich kommentiert.

Alle folgenden Zeichnungen enthalten waagerechte Zeitlinien, deren Bedeutung in Tabelle 13 festgehalten ist.

Tabelle 13: Legende der waagerechten Linien der Abbildungen 4 bis 7, von oben nach unten

Farbe	Zeit nach dem Urknall, Klassifikation der Linie
orange	13.790687 Mrd. Jahre, <i>HEUTE</i>
violett	7.6931755 Mrd. Jahre, $q=0$
grün	4.0534118 Mrd. Jahre, Schnittpunkt Hubblesphäre- $LK(HEUTE)$ (Oberflächen)
rot	1.4361299 Mrd. Jahre, Galaxie SPT0418-47, $z(HEUTE)=4.2248$
cian	371'127 Jahre, CMB

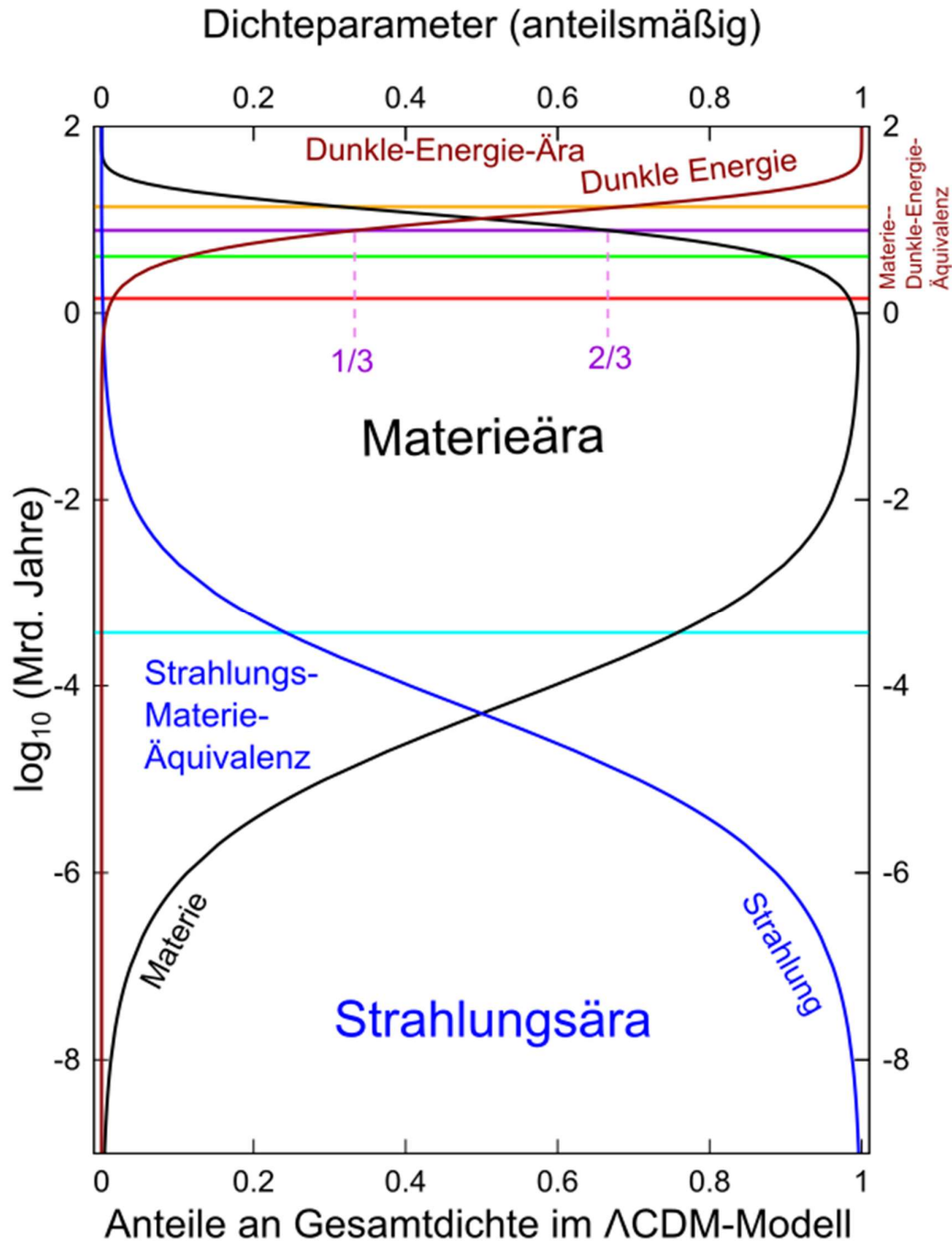


Abbildung 4: Anteilmäßige Dichteparameter in der Geschichte des Universums

Eine vergleichbare Abbildung ist bei M. Bartelmann [7] (Abbildung 1.6, Seite 20) auffindbar. Verständnisfragen zur Materie-/Energie-Dichte kann man Kap. 1.3 dieser Quelle entnehmen. Die exakte Strahlungs-Materie-Äquivalenz fand $t_{SM}=0.50463244E-04$ Mrd. Jahre ($\log_{10}(t_{SM})=-4.2970248$), die Materie-Dunkle-Energie-Äquivalenz $t_{MD}=10.294462$ Mrd. Jahre ($\log_{10}(t_{MD})=1.0126037$) nach dem Urknall statt.

Abbildung 4 soll dem Verständnis dienen, warum der Abbremsparameter q in der Strahlungsära und der anschließenden Äquivalenzphase eine eigene Entwicklung aufweist.

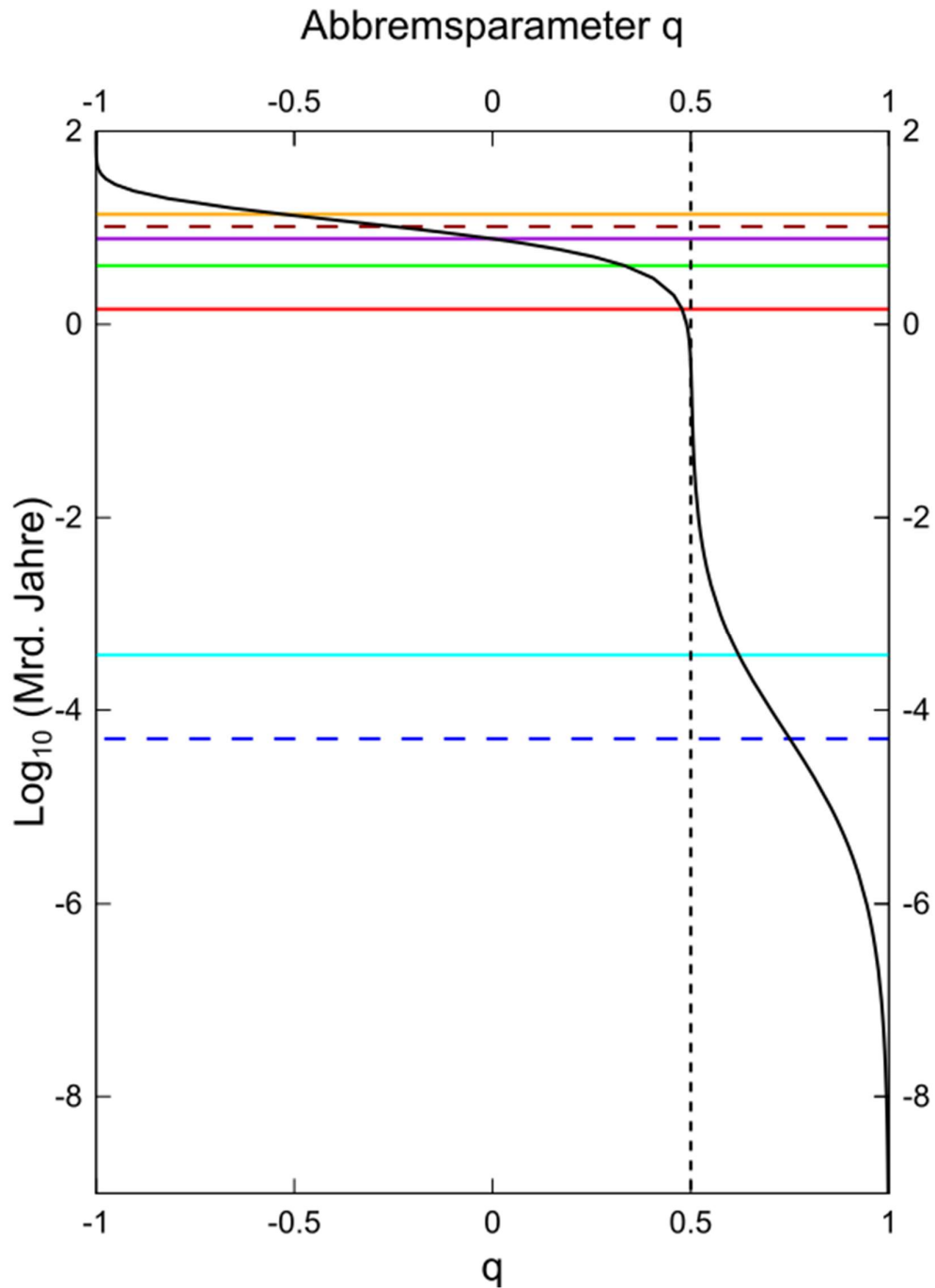


Abbildung 5: Abbremsparameter q in der Geschichte des Universums. Die waagerechte blaue gestrichelte Linie markiert den Zeitpunkt der exakten Strahlungs-Materie-Äquivalenz, die waagerechte dunkelrote gestrichelte Linie den der exakten Materie-Dunkle-Energie-Äquivalenz.

Die Werte $q > 0.5$ beschreiben die zeitliche Entwicklung in der Strahlungsära des Universums. (Hinweis: Zeichnet man die analoge Entwicklung eines räumlich flachen Universums ohne strahlungsdominierte Phase, d.h. $\Omega_R = 0$, so ist 0.5 der größte q -Wert in der zeitlichen Entwicklung dieses Universums ohne Strahlungsära.)

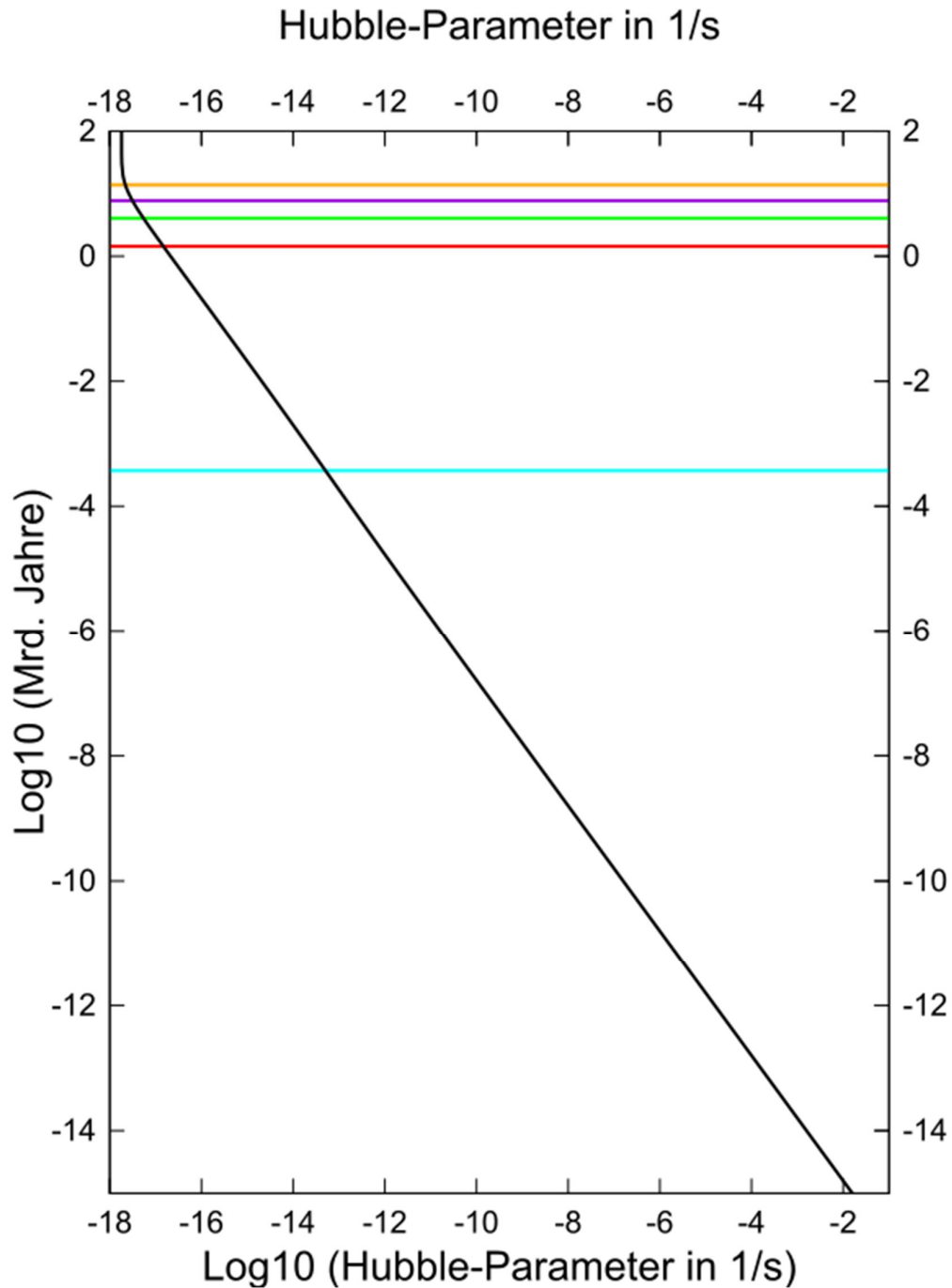


Abbildung 6: Hubble-Parameter in 1/Sekunde in der Geschichte des Universums

Der Hubble-Parameter konvergiert (nichtlogarithmiert) für $t \rightarrow \infty$ gegen $H_0 \cdot \Omega_\Lambda^{1/2}$ (in 1/Sekunde: $0.18076962E-17$, in Kilometer pro Megaparsec pro Sekunde: 55.779676). Dieser Grenzwert wird allerdings in zweckmäßiger Genauigkeit bereits in naher epochaler Zukunft erreicht.

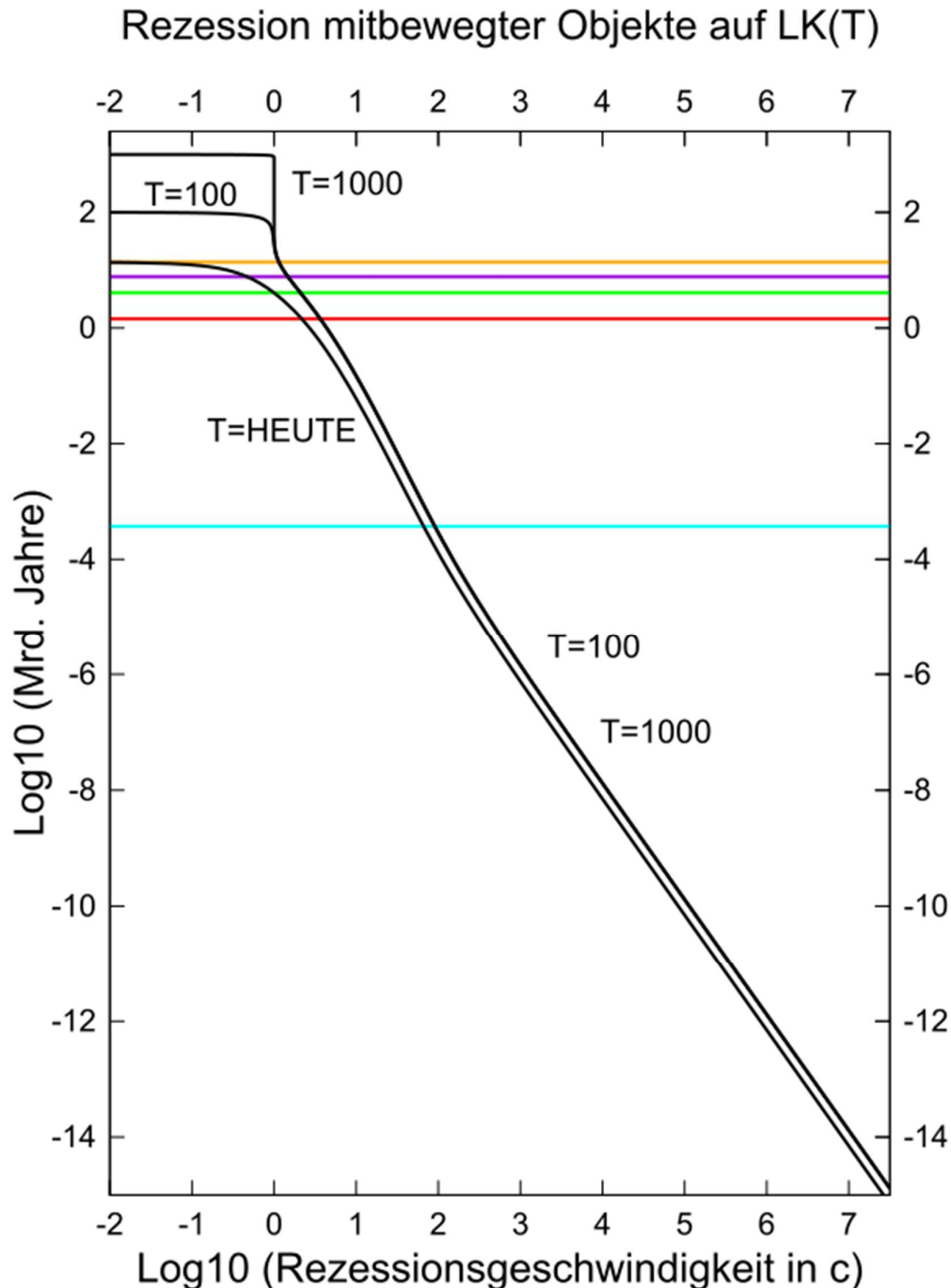


Abbildung 7: Rezession mitbewegter Objekte auf dem jeweiligen Mantel der Lichtkegel LK(HEUTE), LK(100) und LK(1000) in physikalischen Koordinaten. T (hier 100 und 1000) betrifft wieder den Scheitel von Lichtkegeln in Mrd. Jahren nach dem Urknall.

Die Rezession eines auf den Beobachter gerichteten Photons ist in linearen (nicht logarithmierten) Zahlen genau $1\ c$ geringer als die Rezession eines mitbewegten Objekts am gleichen Ort (physikalischer Abstand vom Beobachter) zur gleichen Zeit. Innerhalb der Hubblesphäre nähert sich das Photon dem Beobachter an. Da sich negative Werte einer logarithmierten Darstellung verschließen, haben wir uns in der Zeichnung auf die Nennung der

Rezessionsgeschwindigkeiten mitbewegter Objekte beschränkt, die sich nur kurzzeitig auf dem entsprechenden Lichtkegel aufhalten, obwohl unser Hauptinteresse den Photonen gilt.

Tabelle 14: Rezessionsgeschwindigkeit (linear) mitbewegter Objekte in c

t (Mrd. Jahre)	$Rez(HEUTE)$	$Rez(100)$	$Rez(1000)$
10^{-15}	0.26531541E+08	0.36055013E+08	0.36124037E+08
0.37112700E-03	66.362491E+02	90.664486	90.840621
7.6931755	0.46939001	1.4719677	1.4792342
13.790687	0	1.1414481	1.1497210
50		0.94256343	1.0002880
70		0.81939451	1.0000094
90		0.43473792	1.0000003
105-660			1.0000000
800			0.99998891
900			0.99666957
950			0.94229016
999			0.055449903

Tabelle 15: Rezessionsgeschwindigkeit (linear) von auf den Beobachter gerichteten Photonen in c

t (Mrd. Jahre)	$Rez(HEUTE)$	$Rez(100)$	$Rez(1000)$
10^{-15}	0.26531541E+08-1	0.36055013E+08-1	0.36124037E+08-1
0.37112700E-03	65.362491	89.664486	89.840621
7.6931755	-0.53060999	0.4719677	0.4792342
13.790687	-1	0.1414481	0.1497210
50		-0.05743657	0.0002880
70		-0.18060549	0.0000094
90		-0.56526208	0.0000003
105-660			0.0000000
800			-0.00001109
900			-0.00333043
950			-0.05770984
999			-0.944550097

Tabelle 16: $\log_{10}$ (Rezessionsgeschwindigkeit in c) mitbewegter Objekte

t (Mrd. Jahre)	$Rez(HEUTE)$	$Rez(100)$	$Rez(1000)$
10^{-15}	0.74237625E+01	0.75569657E+01	0.75577963E+01
0.37112700E-03	0.18219227E+01	0.19574372E+01	0.19582801E+01
7.6931755	-0.32846616	0.16789829	0.17003694
13.790687	$-\infty$	0.057456157	0.060592476
50		-0.025689414	0.00012507704
70		-0.086506949	0.40801945E-05
90		-0.36177248	0.13309988E-06
105-660			0
800			-0.48171046E-05
900			0.0014487992
950			-0.025815342
999			-1.2560992

Selbstverständlich nähern sich keine mitbewegten Objekte dem Beobachter an. Aus den genannten pragmatischen Gründen wird anstelle der Rezessionsgeschwindigkeit eines Photons die Rezessionsgeschwindigkeit eines mitbewegten Objekts angezeigt, das das Photon zum gleichen Zeitpunkt in gleicher physikalischer Entfernung vom Beobachter theoretisch emittiert haben könnte.

Die logarithmierten Rezessionsgeschwindigkeiten von mitbewegten Objekten auf $LK(100)$ und $LK(1000)$ sind im unteren Teil der Zeichnung nicht unterscheidbar. Die Tabellen 14 bis 16 sollen vor allem dem Zweck dienen, etwaige Zweifel an der Nichtunterscheidbarkeit auszuräumen. Zudem sollen sie verstehen helfen, warum sich die Rezessionsgeschwindigkeiten in c der (theoretisch emittierenden) mitbewegten Objekte, die sich jeweils nur kurzzeitig auf der Oberfläche der Hubblesphäre aufhalten, in der logarithmierten Darstellung sehr lange den Wert $NULL$ annehmen, bevor nach einem relevanten Eindringen in die Hubblesphäre ein abrupter Sturz auf den Beobachter erfolgt.

Der quälend lange Weg von Photonen zwischen den Zeiteinheiten von 105 bis 660 Mrd. Jahren nach dem Urknall (nicht logarithmiert auf 8 Stellen, also 0.0000000, mit der Rezessionsgeschwindigkeit eines auf den Beobachter gerichteten Photons auf der Hubblesphäre identisch) auf $LK(1000)$ deutet an, dass die auf den Beobachter gerichteten Photonen sich für einen extrem langen Zeitraum in der unmittelbaren Umgebung der Oberfläche der Hubblesphäre aufhalten. Auch vor und nach diesem Zeitraum dauert es extrem lang, bis die finale tatsächliche, schlussendlich aber überraschend schnelle Annäherung an den Beobachter erfolgt.

7 Bemerkungen zur Rezession bei hohen Scheitelzeitpunkten

Vorbemerkung zur Nomenklatur: In diesem Kapitel wird t für einen (lichtkegelunabhängigen, im Allgemeinen sehr hohen) Zeitpunkt bei Hubblesphäre oder Ereignishorizont verwendet. T steht für den (im Allgemeinen ebenfalls hohen) Scheitelpunkt eines Lichtkegels $LK(T)$. t kann ebenfalls auf $LK(T)$ Anwendung finden. In diesem Fall geht man im Normalfall von der Beziehung $t < T$ aus.

In Kap. 6 hatten wir zwar en passant für verschiedene Fragestellungen auch das Rezessionsverhalten für große T verfolgt, obwohl unser anfängliches Hauptaugenmerk und unsere Begründungsmuster den Konsequenzen der Verlangsamung der Rezession in der Anfangsphase des Universums gewidmet waren.

Es bleibt jedoch noch zu erwähnen, dass es trotz des exponentiellen Wachstums der Expansion des Universums in naher epochaler Zukunft weiterhin auf den Beobachter gerichtete Photonen geben wird, die sich trotz ihrer auf den Beobachter gerichteten Eigengeschwindigkeit c zunächst vom Beobachter entfernen und diesen später dennoch erreichen.

Auch das Verhalten von als mitbewegten Objekten modellierten Galaxien diesseits des Ereignishorizonts ist mit den bisherigen Überlegungen keineswegs abgeschlossen. Diese schneiden zwar ausnahmslos irgendwann den Ereignishorizont, sind aber trotzdem für alle Zeiten durch den Beobachter SICHTBAR (Definition von SICHTBAR in Kap. 2.2 beachten!).

Bei der Definition des kosmologischen Ereignishorizonts stellt man, wie in Tabelle 3 erwähnt, die Frage nach der kleinsten oberen Schranke dafür, wie weit ein mitbewegtes Objekt zum Zeitpunkt t vom Beobachter entfernt sein darf, damit von diesem Objekt emittierte, auf den Beobachter gerichtete Photonen den Beobachter in endlicher Zukunft noch erreichen können. Die Formulierung der kleinsten oberen Schranke ist erforderlich, da ein vom Ereignishorizont emittierter, auf den Beobachter gerichteter Lichtstrahl diesen gerade nicht mehr erreicht. Ein

vom Ereignishorizont auf den Beobachter gerichtetes Photon wird für immer auf dem Ereignishorizont bleiben. Auf den Beobachter gerichtete Photonen jenseits des Ereignishorizonts werden sich immer weiter vom Beobachter entfernen (Divergenz des physikalischen Abstands gegen ∞ für t gegen ∞), werden diesen also nie erreichen.

Der Raum zwischen Hubblesphäre und Ereignishorizont wird mit wachsendem t zunehmend kleiner. Der Ereignishorizont kann auch dadurch charakterisiert werden, dass die Rezessionsgeschwindigkeit des Ereignishorizonts (als Oberfläche) für jedes t genau um $1/c$ (Lichtgeschwindigkeit c) geringer ist als die Rezessionsgeschwindigkeit einer Galaxie auf dem Ereignishorizont, also der Rezessionsgeschwindigkeit eines auf den Beobachter gerichteten Photons auf dem Ereignishorizont entspricht. Die letzte Eigenschaft hat der Ereignishorizont mit dem Lichtkegel gemein. Auch der Umstand, dass ein auf den Beobachter gerichtetes Photon den Ereignishorizont nicht mehr verlässt, gilt sinngemäß auch für den Lichtkegel, wobei es sich bei dem Lichtkegel hier eher um eine definierende Eigenschaft handelt.

Für große t sind Hubblesphäre und Ereignishorizont in Zeichnungen praktisch nicht mehr voneinander zu unterscheiden. Für sehr große T lehnt sich der Lichtkegel $LK(T)$ sehr eng an den Ereignishorizont an, schneidet aber sehr spät die Hubblesphäre und erreicht schließlich dennoch den Beobachter.

Dies möchten wir am Beispiel des bereits vorher erwähnten Lichtkegels $LK(1000)$ genauer erläutern. Der Lichtkegel $LK(1000)$ und der Ereignishorizont sind von 10^{-29} Mrd. Jahren ($3.2 \cdot 10^{-13}$ Sekunden) nach dem Urknall bis zu 451 Mrd. Jahren nach dem Urknall auf 14 zählende Ziffern genau nicht voneinander zu unterscheiden. (Die untere Grenze wurde durch [3] gesetzt, am oberen Rand wurden Abstände von 1 Mrd. Jahren betrachtet. Bis zu 692 Mrd. Jahren nach dem Urknall stimmen $LK(1000)$ und der Ereignishorizont auf 8, bis zu 818 Mrd. Jahren auf 5, bis zu 888 Mrd. Jahren auf 3 zählende Ziffern miteinander überein.) Weitere annähernde Wertgleichheiten kann man der folgenden Tabelle 17 entnehmen. Nicht ersichtlich in dieser Tabelle ist, dass sich die Werte (Abstände) jenseits der Grenzen exakter Zifferngleichheit über lange Zeit nur minimal voneinander unterscheiden. Wo in einem Intervall der jeweilige physikalische Abstand vom Beobachter überall auf 14 zählende Ziffern identisch ist, wird dieser Wert in Klammern in Mrd. Lichtjahren genannt.

Lichtkegel $LK(1000)$ und Hubbleradius stimmen zwischen 187 Mrd. Jahren und 451 Mrd. Jahren nach dem Urknall auf 14 zählende Ziffern überein. Irgendwo in diesen Bereich hat der Lichtkegel $LK(1000)$ die Hubblesphäre geschnitten. Genaueres lässt sich auf Basis doppeltgenauer Rechnung auf heutigen Windows-Computern (bei numerischer Berechnung der Differenzen aus den zuvor berechneten drei Oberflächen) nicht sagen. Schließlich erreichen die Photonen des Lichtkegels bei $T=1000$ gemeinsam den Beobachter.

Tabelle 17: Abstandsgleichheit bei hohen Scheitelwerten am Beispiel von $LK(1000)$

Wert1 (Abstand)	Wert2 (Abstand)	14 zählende Ziffern Mrd. Jahre	$(Wert1-Wert2) / \max(Wert1, Wert2) < 5 \cdot 10^{-15}$ Mrd. Jahre
LK(1000)	Ereignishorizont	10^{-29} bis 451	10^{-29} bis 422
LK(1000)	Hubbleradius	187 bis 451 (17.529542918603)	195 bis 422 (17.529542918603)
Hubbleradius	Ereignishorizont	187 bis ∞ (17.529542918603)	195 bis ∞ (17.529542918603)

Jedes auf den Beobachter gerichtete Photon zwischen Hubblesphäre und Ereignishorizont entfernt sich vom Beobachter, ist aber auf irgendeinem Lichtkegel $LK(T)$ mit eventuell sehr großem T gelegen. Für sehr große T liegt bei großen t die Rezessionsgeschwindigkeit des Photons nur minimal über $NULL$, und zwar in folgendem Sinn: die Rezessionsgeschwindigkeit eines mitbewegten Objekts, das dieses Photon an gleichem Ort zur gleichen Zeit (gleiches t ,

gleicher physikalischer Abstand vom Beobachter) emittiert haben könnte, beträgt nur minimal mehr als die Lichtgeschwindigkeit c . (Ab 182 Mrd. Jahren nach dem Urknall ist die Rezessionsgeschwindigkeit eines mitbewegten Objekts auf dem Ereignishorizont auf 14 zählende Ziffern - also $1.000'000'000'000'0\ c$ - von der Lichtgeschwindigkeit c nicht mehr zu unterscheiden. Die gleiche Aussage gilt für $LK(1000)$ zwischen 182 Mrd. Jahren bis zu 422 Mrd. Jahren nach dem Urknall.) Irgendwann kreuzt das bei t auf $LK(T)$ gelegene Photon (bei großen T mit Bordmitteln von [3] nicht mehr berechenbar) die Hubblesphäre und erreicht den Beobachter zum Zeitpunkt T .

Hubblesphäre und Ereignishorizont konvergieren für t gegen ∞ in physikalischen Koordinaten gegen $c / (H_0 * \Omega_\Lambda^{1/2})$. Gemäß Planck 18 sind dies 17.529542918603 Mrd. Lichtjahre. Ein auf den Beobachter gerichtetes Photon auf dem Ereignishorizont erreicht also den Beobachter nie und konvergiert auch nicht in seine Richtung.

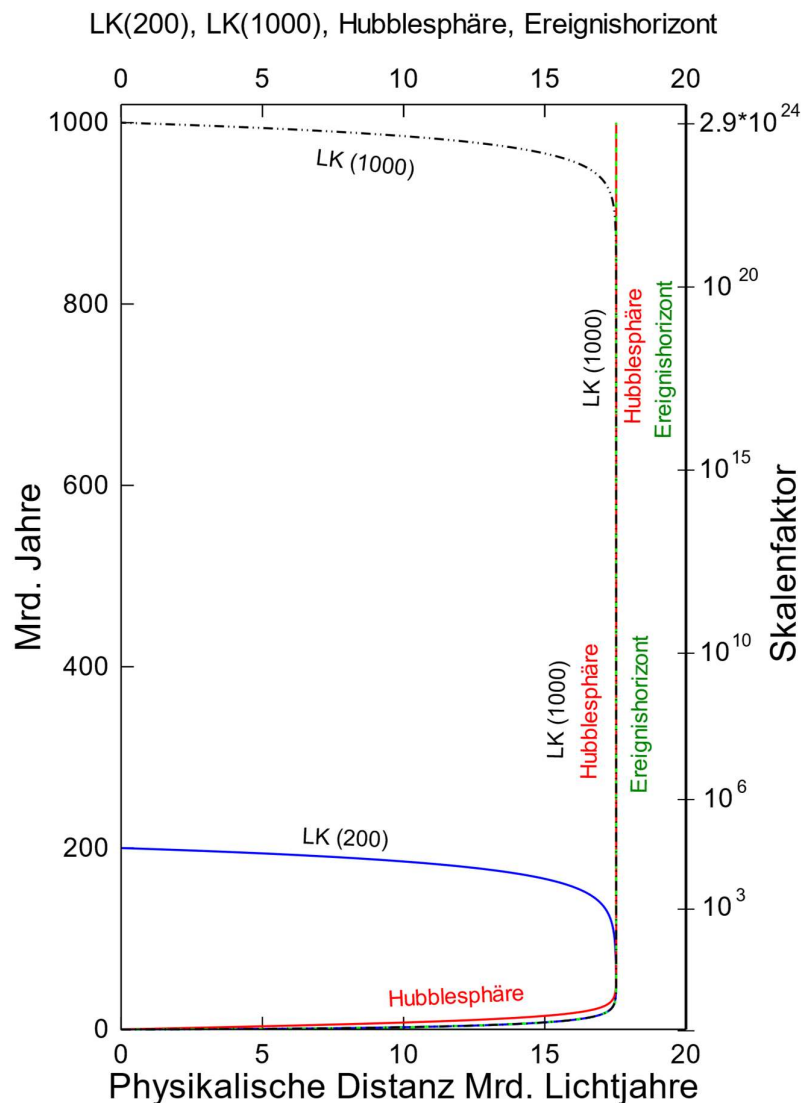
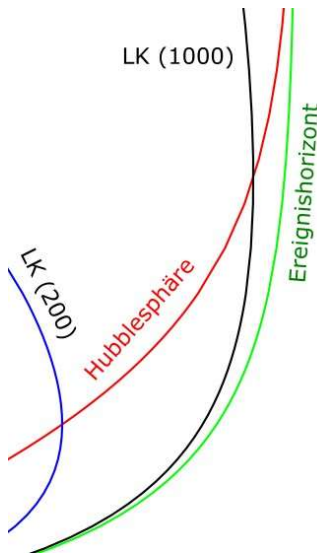


Abbildung 8: LK(200), LK(1000), Hubblesphäre, Ereignishorizont

Farben: LK(200) (blau), LK(1000) (schwarz), Hubblesphäre (rot gestrichelt), Ereignishorizont (grün gestrichelt). Die später genannten Farben überschreiben jeweils die vorherigen. Da rot und grün gestrichelt sind, scheinen die jeweils früher genannten Farben etwas durch.



Links die nicht abstandstreue Darstellung im Prinzip. Als Vergleich könnte man sich Abbildung 4 von [1] anschauen.

Kurz nach dem Urknall liegt in Abbildung 8 die Hubblesphäre dem Beobachter am nächsten. Es folgen LK(200) und LK(1000), am weitesten entfernt ist (und bleibt für immer) der Ereignishorizont. Später kreuzen erst LK(200), dann viel später LK(1000) die Hubblesphäre und erreichen schließlich den Beobachter. Die Hubblesphäre bleibt dem Beobachter immer näher als der Ereignishorizont. Das wissen wir aus der Theorie. Der Abbildung 8 ist vieles nicht zu entnehmen, da die Werte zu nah beieinander liegen.

Man erkennt, dass beide Lichtkegel und der Ereignishorizont trotz der in der Zeitachse gestreckten Darstellung in der Anfangsphase des bereits 1000 Mrd. Jahre alten Universums nicht zu unterscheiden sind. Nachdem die Hubblesphäre mit den anderen Linien verschmolzen ist und LK(200) die gemeinsame Linie verlassen hat, verlaufen Hubblesphäre, LK(1000) und Ereignishorizont scheinbar gemeinsam. Relativ spät schneidet LK(1000) die Hubblesphäre – mit Bordmitteln von [3] ist der genaue Zeitpunkt nicht ermittelbar – und verlässt den annähernd gemeinsamen Pfad.

Anders als bei LK(1000) lässt sich der Schnittpunkt von LK(200) mit der Hubblesphäre mittels [3] berechnen. LK(200) schneidet die Hubblesphäre 51.772050172145 Mrd. Jahre nach dem Urknall.

Abschließend sei erwähnt, dass aufgrund der Expansion des Universums die Weltlinie jedes mitbewegten Objekts diesseits des Ereignishorizonts irgendwann den Ereignishorizont schneidet. Mitbewegte Objekte hinter dem Ereignishorizont entfernen sich immer weiter vom Beobachter. Diesseits (auf der dem Beobachter zugewandten Seite) des Ereignishorizonts befindliche, auf den Beobachter gerichtete Photonen werden irgendwann von der Hubblesphäre eingefangen, wenn sie nicht bereits innerhalb der Sphäre gelegen sind. Auf den Beobachter gerichtete Photonen jenseits des Ereignishorizonts entfernen sich für immer vom Beobachter. Auf dem Ereignishorizont in Richtung des Beobachters emittierte Photonen bleiben für immer auf dieser Oberfläche.

Lässt man die Scheitelzeitpunkte T der Lichtkegel gegen ∞ streben, so ist für jeden festen Zeitpunkt die Entfernung vom Beobachter des Lichtkegels mit dem Scheitelzeitpunkt $T^* > T$ größer als die des Lichtkegels mit dem Scheitelzeitpunkt T . (Das gilt übrigens inklusive aller Vorwärts-Lichtkegel.) Alle Lichtkegel bleiben für alle Zeiten diesseits des Ereignishorizonts. Jede als mitbewegtes Objekt modellierte Galaxie diesseits des Ereignishorizonts schneidet irgendwann den Ereignishorizont, passiert aber vorher ausnahmslos sämtliche Lichtkegel, deren Scheitelzeitpunkte gegen ∞ streben. Zwar ist die Galaxie vom Zeitpunkt des Erreichens des Ereignishorizonts für den Beobachter an nicht mehr sichtbar. Der Beobachter SIEHT (Definition von SEHEN in Kap. 2.2 beachten!) aber jede Galaxie, die diesseits des Ereignishorizonts existiert hat, für alle Zeiten, und zwar zum Zeitpunkt T im Schnittpunkt der Galaxie mit dem Lichtkegel LK(T).

8 Literatur

- [1] W.Lange: Von Lichtkegeln im Standardmodell der Kosmologie (Λ CDM-Modell), viXra 2212.0155v5, <https://vixra.org/abs/2212.0155>, jeweils aktuelle Version: <https://www.welttabellen.com/downloads/weitere-downloads>
- [2] N. Aghanim et al.: Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters, arXiv 1807.06209v4, August 2021, <https://arxiv.org/pdf/1807.06209.pdf>
- [3] W. Lange: Kosmologie-Rechner WELTTABELLEN - Weltlinien des Standardmodells der Kosmologie (Λ CDM-Modell) in Tabellenform, viXra 2209.0113, <https://vixra.org/abs/2209.0113>, jeweils aktuelle Version: <https://www.welttabellen.com/downloads>
- [4] E. Harrison: Hubble spheres and particle horizons, The Astrophysical Journal, 383:60-65, 1991 December 10
<https://articles.adsabs.harvard.edu/pdf/1991ApJ...383...60H>
- [5] T.M. Davis / C.H. Lineweaver: Expanding Confusion: common misconceptions of cosmological horizons and the superluminal expansion of the Universe, November 2003, <https://arxiv.org/abs/astro-ph/0310808>
- [6] Tamara M. Davis: Fundamental Aspects of the Expansion of the Universe and Cosmic Horizons, Sydney December 2003, <https://arxiv.org/abs/astro-ph/0402278>
- [7] M. Bartelmann: Das kosmologische Standardmodell, Heidelberg 2019

© Werner Lange, Altos / PARAGUAY, langealtos, 2025-2026