量子力学可以与经典力学结合起来使用意味着什么？

涂润生

【摘要】现在，人们形成了一种牢固的观念。它就是经典力学与量子力学之间有一条大沟。物理学大革命道路之一是打破这种观念，实现“经典力学与量子力学结合起来使用”的目标。利用更换势能函数的方法而导出了引力势能薛定谔方程。该方程可以描述经典力学体系，是经典力学与量子力学可以结合起来使用的数学基础。从数学上看，哈密顿算符和薛定谔方程的应用不受体系是微观还是宏观的限制。利用薛定谔方程处理问题的方法称为波动力学方法（量子力学方法）。经典力学体系可以使用薛定谔方程。这表明，对于同一个体系可以将经典力学与量子力学结合起来使用。只要不迷信“不确定性、叠加性和相干性等现有的量子力学解释在微观世界中的绝对统治地位”的观念（加上建立环式电子结构模型），就可以在实践中使用经典力学与量子力学相结合的方法。借助参考文献提供了多个“量子力学与经典力不结合起来使用的成功实例”。

关键词：引力势薛定谔方程、量子力学、经典力学、相容性、波函数本体、电子自旋磁矩。

重要声明

本文的研究成果将引发物理学的一场重大革命：它将引发的量子力学革命是“经典力学和量子力学可以兼容，产生新的量子化学计算方法”；引力物质结构理论的革命催生了非点物质结构理论。

以上是作者自己的认知。敬请读者（特别是审稿人和编辑）首先回答本文标题中的问题（假没实现了那种结合，会有什么结果或意义）。其次从本文及其参考文献中寻找作者实现这种结合的方法（即回答“作者实现了没有？”这个问题）。只有能从逻辑上否认作者能实事那种结合，才能全盘否认本文。对于以质疑理论 A 为目的的研究成果，不宜以 A 为标准判断它的意义。读者也可以提出几个子问题：薛定谔方程中的势能函数是否可以更换为引力势能函数？引力势能薛定谔方程能否描述行星的理想的公转运动，是否支持电磁势能行星模型（有利于经典力学与量子力学的结合使用，作者是否能提供这种结合的足够多的应用事例）？“仅更改现有的量子力学解释佛系而保留现有的量子力学数学形式体系 “是否可行？作者将在最后一节着重讨论这些问题。

1．引言

现在，对于量子力学解释的某些理解尚没有形成统一的认识。许多人对现有的量子力学解释（哥本哈根解释）不满意。电子自旋的具体形式和电子自旋磁矩的来源仍然是未解之谜。这表明，现有的物理学天空中仍然漂浮着几大块乌云。在物理学的基础领域，一个多世纪以来没有颠覆性的重大创新（只有在现在有的理论框架内的在限进展）。想驱散那朵乌云，突破现有的物理学框架，必须有颠覆性的重大创新。通过分析现有的薛定谔方程不难得到两个重要的发现。第一，薛定方程使用了经典电动力学势能函数。这表明，薛定谔方程本身预示着我们可以同时使用量子力学和经典电动力学。我们不能在数学上证明薛定谔方程或哈密顿算符不能使用经典电动力学。第二，我们不能用数学方法证明“薛定方程中的质量 m 有一个有限的上埫范限”（一般是根据经验或旧观念来判断这个规范限。可能有人会说，可以根据实验来判断这种上限。但是，这些判断方法都缺乏数学上的依据）。如果没有这种上规范限，就不能保证薛定谔方程不能用来描述宏观体系。一旦薛定谔方程可以用来描述宏观体系，量子力学就可以与经典力学结合来使用了。可见，我们不能用数学方法直接否认 “能将经典力学与量子力学联合起来使用”。本文第三节和参考文献[1,2] 利用应用事例表明了我们可以分别或同时用量子力学和经典力学描述同一个客体。在导出了引力势能薛定谔方程程之后，就更直观地说明了这一点。如果有人认为使用了薛定方程不等于使用了量子力学（波动力学），使用一经典电动力学公式和引力势能公式不等于使用了经典力学方法，那只能说有感情用事之嫌或诡辩嫌了。

现在出现了三项原创创新：建立引力势能的薛定谔方程，可用于描述经典行星系统；创建波元（非点）材料结构理论；结合经典力学和量子力学来解决实际问题。它们密切相关，形成了一系列证据（即，形成了一个证据链）。它们的理论价值在于能够改变“经典力学和量子力不相容”的旧观念，促进新理论的诞生。此外，引力势能薛定谔方程【3-7】的诞生揭示了原始薛定谔方程式也可用于描述宏观系统。它们的实用价值在于量子力学新

方法的诞生和量子化学计算方法的简化。提供了多个成功的计算实例，如电子自旋磁矩、“地球轨道运动”和氢分子。

实际上，为了实现量子学与经典力学的结合使用，除了建立引力势能薛定谔方程之外，作者还改造了现有的量子力学解释系统（尝试建立定域实在论量子力学【8】），使用了环式电子结构模型【7,10,11】。环式电了了结构模型决定了行星结构模型在原子和分子中有条件地适用，是经典力学理论在微观体系中适用的结构基础[1,2,14]。这种电子结构模型也是驱散物理学天空中的乌云的劲风。

在第三节中，作者比较了引力势能薛定方程和牛顿力学定律对地球理想公转体系的计算结果（两计算结果是一致的）。利用薛定谔方程计算了行星模型背景下的氢原子的能量。计算结果与玻尔氢原子模型方法的一致（不否认不确定性原理背景下的量子力学方法）。这也是经典力学和量子力学可以结合起来使用的成功事例。即使假定经典力学与量子力学可以结合起来使用，也能预示这波物理学革命风暴的特点。何况作者通过实例真实地实现了量子力学与经典力学的结合使用【1,2,8,10,15】。

想否认本文的研究成果，必须否认引力势能薛定谔方程在逻辑上不成立。或者否认它无法使用，没有意义。或者否认作者实现了量子力学与经典力学结合起来使用的所有事例。

本文所说的经典力学是牛顿力学和经典电动力学，而不是相对论（相对论不是经典力学而是可代表经典力学的现代物理中的时空理论）。因此，相对论与量子力学之间的矛盾（或难以兼容）并不代表牛顿力学和经典电动力学与量子力学不能结合。

2．地球公转薛定谔方程与原始的薛定谔方程在价值（或意义）方面的区别

本节题名指称的区别分为形式的区别、使用方法（和/或范围）的区别和意义的区别。薛定谔最初建立的是氢原子薛定谔方程。其中，含时薛定谔方程为

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi-\frac{Ze^2}{r}\psi\,. \qquad (1)$$

附录 A 和参考文献 [1-5] 给出了引力势能薛定谔方程。以地球理想公转运动体系为例，其形式为

$$-\frac{i\hbar}{2}\frac{\partial}{\partial t}\psi=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi-\frac{GMm}{R}\psi\,. \qquad (2)$$

（1）式与（2）式的第一项和第三项都有明显的区别。（2）式可以用来描述地球等行星的理想的公转运动。（1）式不能用来描述太阳系中的行星运动。

牛顿力学三定律包括：惯性定律、牛顿第二运动定律和作用力与反作用力定律。现有的量子力学否认微观粒子可以处于静止状态和确定的运动状态，而认为它们处于不确定的状态。因此，牛顿运动定律（即，经典力学）在量子力学中不适用。初始的薛定谔方程确实不能描述客体的惯性运动状态、加速运动状态和作用力与反作用力的关系。人们使用了微观粒子没有确定的状态的观念，从而认为不管是否受力，微观粒子都不能静止，不符合牛顿三定律。在波动力学中，只能用初始的电磁力势能薛定谔方程。

在势能使用了 $V=-\frac{GMm}{R}$之后，对于行星模型，就不可能不认可 $F=V/r=-\frac{GMm}{r^2}$ 经典力学公式的适用性。使用德布罗意关系 $\lambda_d=\frac{h}{mv}$之后，$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi=\frac{1}{2}mv^2\psi$ 之中的 $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ 就是动能算符（注意！λ_d为运动物体的得布罗意波的波长，mv是运动物体的动量）。哈密顿算符是描述体系中的物体的整体运动的，其波长和动量的关系只能使用得布罗意关系。如果描述的是电子的内部运动，则使用$\lambda_e=h/2m_ec$ 的关系（下一节将用到它）。宏观束缚体系中的维里定理适用表明 $F=ma=mv^2/r$ 的牛顿第 2 定律适用｛在使用（2）式的同时可以使用牛顿第 2 定律｝。只要（2）式不违背牛顿第 2 定律，（2）式就不违背牛顿第一定律。这表明（2）式适用于经典力学。使用薛定谔方程和波函数是量子力学方法的基础。可见，(2) 式表明，量子力与经典力学具有兼容的理论基础。将量子力学与经典力学结合起来使用的方法也就具有理论基础。即可表明经典力学与量子力学可以结合起来使用。本文中的《讨论、争论和意义》一节还说明了：如果有一个微观的引力束缚体系，（2）式也是可以描述它的。类似的，如果荷反号电荷的电灯草球构成的束缚态匀速圆周运动体系（经典力学体系），也是可以利用最初的薛定谔方程（1）式描述的。这种分析结论又可以大大强化上面的结论。这都是在导出（2）式之后产生的全新的认识。

最为简洁的理解或认识就是“只要在解方程的时候，势能函数中的距离 r 取定值，（1）式和（2）式就都可以用来描述经典力学适用的宏观体系。只要将势能函数中的距离 r 的取值范围定在 0~∞之间，（1）式和（2）式就都可以用来描述微观体系。薛定谔方程本身不能从逻辑上限制自己在宏观领域或经典力学领域中的应用。

（1）式本身都不能限制它自己适用于确定性的客体。“其中的距离 r 是选择一个定值还中选择 0-∞的范围”是由这个公式之外的因素决定的（主要是人们对微观粒子的状态的认识信心不足而主观决定的）。如果 r 选择了确定的值，(1) 和 (2) 式就都适用于经典力学。

德布罗意关系是宏观与微观之间的直接联系，而不仅只是“兼容”。 经典力学与量子力学的兼容和结合使用不只是理论上，而且在实践中也是可以实现的. 参考文献[1, 5, 8-10]列出不少这样的应用实例。这大大提高了本节介绍的结论说服力。参考文献[10-12] 中的环式电子结构构模型支持定域实在论和决定论以及经典力学与量子力学之间的结合和兼容。

在科学研究的过程中，所有能改变人类的思想观念的事情都是大事。

3. 量子力学与经典力学可以结合起来使用的 数理基础和应用实例

我们有四个理由使用“将量子力学与经典力学结合起来使用”的方法。第一，导出的引力势能薛方程可以用来描述行星模型体系。第二，被描述客体的质量 m 大到一定程度就是的宏观客体。纯数学方法不能确定薛定谔方程中的质量 m 的有限的上限（由此可见，我们不能用纯数学的方法否认薛定谔方法可用于描述宏观客体。也就是说，我们不能否认在使用量子力学方法的同时使用经典力学方法）。第三，使用薛定谔方程一般都要使用经典电动力学中的势能势能表达式（既然使用了经典的势能表达式，就不能否认使用了经典力学计算方法）。第四，可以提供多个“联合使用量子力学与经典力学和经典力学”的成功计算事例。下面是比较详细的说明。

在这里，我们比较同一个体系的经典力学计算结果和量子力学计算结果。 这种操作中包含引力势能薛定谔方程的应用事例.

微观世界与宏观世界的分水岭（也是量子力学与经典力学适用范围的分水岭）由体系的质量决定。只要体系的质量达到了一定的值，体系的量子特性就会消失，经典力学就可以适用。从薛定谔方程 [例如（1）式] 不难看出，我们不能从数学上找到方程中的质量 m 的上限。就是说，我们不能从数学上将薛定谔方程的适用范围限制在微观世界（或不确定性）背景下。如果使用含有波函数的薛定谔方程就相当于使用量子力学方法，上述情况就是，我们难以用数学方法准确地找到量子力学适用范围与经典力学适用范围之间的分水岭（只有能凭经验或实验方法来找）。这就是我们很难为“量子力学与经典力学联合起来使用”找到理论障碍，而可以找到理论和应用的成功事例的原因。

3.1. 地球公转体系的量子力描述与牛顿力学描述的比较

经典力学与量子力学能剖后才结合起来使用是指可以同时使用经典力学描述和量子力学描述一个体系。我们可以提供多个这样的事例，并比较 Eq. (2) 在确定性背景下的解与牛顿力学计算结果。列出了氢原子薛定谔方程在确定性背景下的解和在不确定性背景下的解。对于（1）式和（2）式，确定性背景下的解适用于行星模型（即，经典力学体系），r 取定值。不确定性背景下的解不适合于行星模型，r 取零到无穷大。

根据牛顿运动定律可知， 地球绕太阳运动的理想状态是地球做匀速圆周运动。在这种情况下，地球的向心力的大小为 $F=m\frac{v^2}{R}$, 地球的受到太阳的吸引力的大小为 $F=\frac{GMm}{R^2}$。这两种力的大小相等。这样，我们就有 $\mathrm{G}=\frac{Rv^2}{M}$ 的关系。这样一来，牛顿力学条件下的地球公转的势能为 $V=-\frac{GMm}{R}=-mv^2$. 地球公转运动的动能 E_{k} 为 $\frac{1}{2}mv^2$. 地球公转运动的总能量 $E=\frac{1}{2}mv^2-mv^2=-\frac{1}{2}mv^2$. 下面，我们再根据（2）式计算这种总能量。使用德布罗意关系和 $v=\lambda\nu$， (2) 式的第一项为 $-\frac{i\hbar}{2}\frac{\partial}{\partial t}\psi=-\frac{1}{2}mv^2\psi$. 根据 $\lambda=\frac{\mathrm{h}}{mv}$可知，(2) 式的第 2 项为 $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi=\frac{1}{2}mv^2\psi$（其中的能量就是地球的动能）。在承认地球具有确定的运动轨道的前提下，(2) 式的第 3 项为 $-\frac{GMm}{R}\psi=-mv^2\psi$（其中的能量是地球的势能）。计算这三项中的能量的代数和，得到（2）式中的第 4 项的能量 E 为$-\frac{1}{2}mv^2$。这种结果与利用牛顿力学计算的结论相同。这表明（2）式作为地球公转的薛定谔方程是完全正确的和实用。请注意，$v=\lambda\nu$中的ν为德布罗意波的频率。它与德布罗意波的能量的关系为 $E=h\nu$. 在参考文献[18]中, 作者说明了德布罗意波的相速度与群速度是一致的，避免了其相速度大于光速的疑难。

3.2. 在行星模型背景下，氢原子的量子力学计算方法

这与是在行星模型背景下（或确定性背景下）使用薛定谔方程的计算方法。它实际上就是同时使用（或混合使用）量子力学和经典力学的方法。具体的做法是建立一维偏微分薛定谔方程，且距离 r 取一个有限的确定值。这样做，就满足了行星模型结构。这种方法与玻尔的纯经典力学中行星模型方法中的数学计算不同。对于基态氢原子的能量，玻尔是用纯经典方法计算出来的，而本文是用薛定谔方程计算出来的。二者的相同点是，都使用了行星模型或经典力学的确定性。

（2）式是波函数对时间的导数项与哈密顿算符作用于波函数项的组合，显然也是薛定谔方程。（2）式可以成功地应用于经典力学体系。这证明了，薛定谔方程可以描述经典的力学体系（包括行星模型体系）。我们将（2）式中的引力势能函数恢复为电磁相互作用势能函数从而得到$-\frac{i\hbar}{2}\frac{\partial}{\partial t}\psi=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi-\frac{Ze}{r}\psi=E\psi$. 与（2）比较可知，这个方程可以用来描述行星模型氢原子。我们来详细地验证一下这种应用。在行星模型背景下，该方程的前三项的计算结果为：$-\frac{i\hbar}{2}\frac{\partial}{\partial t}\psi=-\frac{1}{2}mv^2\psi$，$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi=\frac{1}{2}mv^2\psi$, $-\frac{Ze}{r}\psi=-mv^2\psi$ (对于氢原子，式中的质量 m 都是电子的质量m_e). 如果电子轨道半径为 a_0, 则$-\frac{Ze}{r}=-m_e v^2=-\frac{e^2}{a_0}=-2624$ kJ/mol。该方程的第 4 项 $E\psi$中的 E 就等于-1312 kJ/mol。这种方法显然不是玻尔的旧量子论方法而是量子力学方法之一（利用确定性观念的量子力学方法）。正是这种方法决定了我们可以同时使用量子力学和经典力学描述一个束缚系统（即可以将量 b 子力学和经典力学结合起来使用）。我们不否认 $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi-\frac{Ze}{r}\psi=E\psi$ 这个方程在不确定性背景下的解（这种解是量子化的，其值为 $E=-1312/n^2$ kJ/mol）。玻尔利用旧量子论，计算行星模型氢原子，所用的方法主要是经典电动力学方法。计算结果与本文利用确定性背景下的薛定下方程的计算结果相同。

以上内容表明，薛定谔方程【例如（1）和（2）式】本身不能否认自己不能用来描述经典力学体系。薛定谔方程（特别是定态薛定谔方程）是由两个部分组成：势能函数部分和对波函数的偏微分部分。对波函数的偏微分显然属于波动力学方法（量子力学方法）的范畴。我们较难将势能函数的表达和计算排除在经典力学方法的范畴之外。不难看出，只要不受“不确定性观念”的绝对束缚（r 或取确定的值），使用了薛定谔方程就等于同时使用了经典力学和量子力学。可以说，量子力学方法排斥经典力学方法（认为二者不兼容）源于一种思想观念而不是数学逻辑。引力势能薛定谔方程的导出更直观地反映了这一点。

以氢分子为例，参考文献[6,8,14,15]使用了一种联合使用经典力学和量子力学的新方法：利用经典电动力学建立氢分子的力学平衡骨架结构，然后建立这种结构的薛定谔方程，并使用薛定谔方程和经典力学计算出氢分子的健长和解离能。像这样的双原子分子的计算事例有多个。在确定性背景下的量子力学计算事例有上百个[15]。

4. 能定性定量解释电子自旋磁矩的来源的环式电子结构构模型

百年来，电子自旋的具体形式解释电子自旋磁矩的来源这项工作一直没有解释好。电子自旋磁矩之谜是笼罩照在物理学上空的一朵大乌云。参考文献 [10-12] 支持的是“实体环式电子结构模型”。而参考文献 [6,7] 建立了一种波环电子结构模型。在使用 $m=E/c^2$ 之后，这两种电子结构模型就有了一种逻辑联系。固态粒子结构环模型只是在点粒子模型上前进了一小步。波环，或波元素粒子结构模型则是颠覆性地前进了一大步。

我根据高能光子能衰变成电子和反电子的实验事实，假设电子是由波环构成的。具体地说，电子是由顺旋基本圆偏振光子构成的。而反电子则是由反旋基本圆偏振光子构成的。一个基本的平面偏振光子分解成一个顺旋基本圆偏振光子和一个反旋基本圆振光子。波的动量和能量也同时平均分成两部分。在这种情况下，基本的圆偏振光的能量和动量只有平面偏振光的一半，但波长和频率是相同和。这就决定了下面一些关系：$h\nu_{\text{circle}}=\frac{1}{2}h\nu_{plane}$；$p_e=\frac{1}{2}p_{\text{平面波}}$. 波构成电子的方式是圆偏振光子从直线传播方式转变为沿一个小圆圆周传播，从而形成了一个质心可以静止的粒子(在这种情况下，电子半径$r_e=\lambda/2\pi$)。自由电子中的基本圆偏振光子的线动量为 $p_e=m_e c$, 能量为 $E_e=mc^2=h\nu_{plane}$. 自由电子的自旋就是组成电子的圆偏振光子的圆周运动（首尾相接的曲线传播）。在此处附近，p_e是电子的内禀运动的动量，m_e是电子的静止质量。这样，电子的自旋角动量就是 $\vec{p}_e\times\vec{r}_e$. 电子半径 $\vec{r}_e$的大小等于$\frac{\lambda}{2\pi}$. 电子的内禀运动动量为 $p_e=\frac{1}{2}p_{\text{平面波}}$。于是，电子的自旋磁矩为$\vec{L}_e=\vec{p}_e\times\vec{r}_e$.

如果将水平面上沿逆时针方向旋转的电子的磁矩看作是正值，那么将这样的电子环翻转 180 度之后，电子的自旋磁矩就是负值。如果只取这两种值，则$\vec{L}_e=\vec{p}_e\times\vec{r}_e=\pm\frac{1}{2}\hbar$. 如果我们只考虑电子自旋磁矩的大小，则有

$$L_e=p_e\bullet r_e=\frac{1}{2}\hbar. \quad (3)$$

请注意！实验测得的电子自旋磁矩的方向并不是准确的两个相反的方向，而是有多个方向。对于平面电磁波，$p_{plane}=2m_e c$. 对于平面偏振光和德布罗意波，动量厄密算符为

$$\hat{p}=-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}. \quad (4)$$

对于基本圆偏振光，$p_{\text{circle}}=m_e c$. 这就决定了，电子的内禀运动的动量算符前比普通动量厄米算符多一个系数 $\frac{1}{2}$.

$$\hat{p}_{\mathrm{e}}=\hat{p}_{circle}=-\frac{i\hbar}{2}\frac{\partial}{\partial x}. \quad (5)$$

基本圆偏振光和平面偏振光的相关函数都可以是下面的形式，即 (6) 式。

$$\psi（x,t）= Ae^{-i2\pi(\nu t-x/\lambda)}. \qquad (6)$$

不过，分解后的圆偏振光与分解前的平面偏振光相比，振幅 A、能量值 hν和动量值 p 都相差 2 倍。在计算它的偏导数的时候，得到的结果在形式上没有区别。

现在，我们来导出电子自旋算符。对于波函数，大家习惯使用 (6) 式。但是，我们在参考文献 [7] 中假设电子是由基本圆偏振光构成。因此，在导出电子自旋磁矩算符时，电子内禀运动算符必须使用 (5) 式。考虑到有关基本圆偏振光和电子的关系$E_{\text{circle}} = \frac{1}{2}E_{plane} = \frac{1}{2}h\nu, p_e = m_e c, \lambda = h/2m_e c$. 再将$L_e = p_e \cdot r_e = p_e\frac{\lambda}{2\pi}$中的 p_e更换为（5）式中的算符 $\hat{p}_e$，可得

$$\hat{L}_e =- \frac{\hbar^2}{2mc}\frac{\partial}{\partial x}. \qquad (7)$$

我们可以通过求出 $\frac{\partial}{\partial x}\psi =- i\frac{2\pi}{\lambda}\psi$ 而验证 (7) 式。有了（7）式，计算电子自旋磁矩就简单而踏实得多。根据经典电动力学中电荷的角动量与其自旋磁矩的关系可知，电子自旋磁矩的大小为 $\mu_e = \frac{e}{2mc}L_e$. 于是，

$$\mu_e = \frac{e\hbar}{4mc}. \qquad (8)$$

不难看出，我们已经定量地给出了电子的自磁矩与电子的组成、结构和内部运动方式的关系。即，以严密的逻辑表明了电子的自旋磁矩来源于电子的内禀运动。方法是，突破标准模型物质结构理论和点粒子物质结构理论的束缚而建立波元素物质结构理论。将$\mu_e = \frac{e}{2mc}L_e$中的 L_e更换为（7）式中的算符，可得

$$\hat{\mu}_e =- \frac{e\hbar^2}{4m^2c^2}\frac{\partial}{\partial x}. \qquad (9)$$

所谓 g 因子 (g=2) 是误将与德布罗意波对应的电子的作轨道运动当作自由电子的自旋而产生的。实际上，氢原子的核外电子作轨道运动的轨道磁矩是自由电子的自旋磁矩的 274 倍[6]。这是一个基本假设。有了它才可以方便地在原子和分子体系中使用行星模型（也就是可以将经典力学与量子力学结合起来使用）。根据这个假设可以预言：分别使用α粒子束、电子束和氢原子束做做斯特恩-盖拉赫试验实验，实验效果以次增大。 分速效果的定量之比是,（α粒子）质子：电子：氢原子=1:1836:1836×274。利用慢电子束流难以测量到斯特恩盖拉赫效应，首先要考虑的是提高实验精度，而不是用电子处于量子相干态解释。因为，使用斯特恩-盖拉赫当初的实验仪器，根本不可能测量出质子流的分束现象。如果不提高实验的精度，慢电子束的分束现象也很难测量出来。 电子通过不均匀磁场时就一定会发生量子退相干。再说，做有关电子的量子纠缠实验时，不是能测量出电子自旋状态（自旋向上或自旋向下）吗？

波函数的本质到底是什么？现在还没有定论。不过，肯定不是实物粒子的德布罗意波。直到现在为止，量子力学家仍然模糊地使用波函数和德布罗意波。在本文介绍的成功的研究成果之中，波函数数的本体和德布罗意波是分开使用的。在一定的积极条件下，可以认为波函数的本体就是基本圆偏振光的波函数。

本节内容中的环式电子模型（波元电子结构模型：也是环式电子结构模型）是行星氢原子模型的基础。也是氢原子可以联合使用经典力学方法和量子力学的方法的理论基础之一。

5. 结合量子力学和经典力学的化学计算实例

上面我们从理论上说明了（特别是在导出了地球公转薛定谔方程之后）经典力学可与量子力学结合起来使用。因为，（2）式的两个要素中波函数和薛定谔方程属于量子力学的思想方法，$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi$计算出来的结果、引力势能函数就是经典力学量。另外，（2）式就是行星体系的能量关系方程。用薛定谔方程描述宏观力学体系就是结合使用经典力学和量子力学的思想方法。我们可以建立微观体系的确定性的力学平衡系统。(2) 式可以用来描述一个匀速圆周运动，可以使用力的概念。这种力 学平衡体系符合经典力学理论。

参考 文献 [6,13,14] 列举了多个将经典力学与量子力学结合起来使用的成功计算事例。参考文献 [8,9] 将经典力学与量子力学结合起来使用的方法阐述得更清楚。

对于可以将经典力学与量子力学结合起来使用这件事，已经在在理论上预言了，在实践中实现了。这注定是物理学发展史上的重大事件。

6. 结论

本文介绍的研究工作形成了一个完整的证据链：首先，从理论上可以推导出适用于经典力学和量子力学结合的引力势能薛定谔方程（建立了可描述宏观力学体系的薛定谔方程，直观地表最了经典力学与量子力学可以结合起来使用）；其次，它可以为经典力学和量子力学的结合提供一个方便的波元电子结构模型，该模型可以成功地解释爆发自旋磁矩的来源；第三，已经发现了许多经典力学和量子力学结合的成功例子。第一点是量子力学的数学证据。第二点是材料结构的理论证据，这也是一个理论优势（解决了其他理论无法解决的电子自旋磁矩的来源问题）。第三点是实践证据（或理论应用证据）。这些内容被称为正面的证据链。

通过导出和使用引力势能薛定谔方程直观地反映了薛定谔方程本身并不排斥量子力学和经典力学的联合使用。本文支持确性的行星模型在量子力学中仍然有一定的适用范围。以氢原子为例，如果只想得到体系的基态能量确定性的行星模型仍然可用。如果想得到量子化的结果，就可以排斥经典力学平衡体系中行星模型。

本文并不否认现有的量子力学数学形式体系，只是建议有条件地使用不确定性、态叠加和相干性等现有的量子力学解释中观念。从另一个角度看，本文的研究成果表明，利用经典力学与量子力学兼容的方法可以得到正确的计算结果。

能将量子力学和经典力学联合起来使用，意味着本世纪科学大革命即将爆发。

7. 讨论

对于 下列问题，已经接受了现有物理学理论的读者持否认态度。作者对这些问题作了比较详细的剖析。请读者在看了这些剖析之后重新选择答案。

7.1. 将原始的薛定谔方程中的电磁势能更为引力势能是否仍然是薛定谔方程？这是种操作是否存在逻辑问题？

回答这个问题，首先要看薛定谔方程的组成及它在量子力学中的重要地位。最初的薛定谔方程是哈密顿算符作用于波函数的微分方程。更具体地说，定态薛定谔方程就是“含有势能函数和对波函数的微分”的微分方程。其中的势能函数是电磁相互作用势能函数。现实世界中的束缚态体系并不是仅有电磁相互作用的束缚体系，还有引力相互作用束缚体系。（2）式的组成和结构也是这样。因此，（2）式也是薛定谔方程。不过（2）式是可以描述宏观束缚体系的薛定谔方程。在量子力学诞生之初，因使用了波函数，且将描述的体系当作了完完全全的波（这就是“波函数化”的过程）而将量子力也叫做波动力学。“波函数化而使用薛定谔方程”是量子力学应用中的一个重要步骤。 因此，可以说，使用了薛定谔方程也就是使用了量子力学方法(至少涉及到了量子力学方法)。即使薛定方程不是量子力学的公理起点，而是 Hilbert 空间中状态幺正演化的表达式，也不能否认“使用了薛定谔方程就是使用了量子力学方法”（矩阵力学也已经被证明与波动力学等价）。只要哈密顿算符中的势能函数可以是引力势能函数，薛定谔方程中的势能函数就可更换为引力势能函数。

7.2. 引力势能薛定谔方程是否毫无意义？

引力势能薛定谔方程是可以描述宏观体系的含有波函数和哈密顿算符的微分方程。这表明，薛定谔方程可用来描述行星模型体系（经典力学与量子力学可以联合起来使用，即它们可以兼容）。既然引力势能可以用来描述经典力学体系（例如，行星模型体系，等），那么电磁相互作用势能薛定谔方程也可以用来描述经典电动力学体系。 举例来说，$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi-\frac{Ze^2}{r}\psi=E\psi$ 这个方程既可以用来描述电子运动状态不确定性氢原子体系，也也以用来描述波尔氢原子模型体系（氢原子行星模型体系）。还可以用它描述一个小灯草球环绕一个大灯草球旋转的经典电动力学束缚体系 [这相当于（1）式中的质量在宏观范围内]。只要这类计算事例足够多，就可以改变人类的固有观念（即，“经典力学与量子力学不能兼容”的观念），并诞生量子化学新方法。在利用薛定谔方程描述宏观体系时可以不使用“不确定性”观念而取确定的 r 值。这个结论正是引力势能薛定谔方程的意义之一（经典力学与量子力学可以兼容，可以在同一个体系中同时使用经典力学方法与量子力学方法）。经典力学体系不能完全排斥薛定谔方程。这是一个崭新的观念，支持相应的新理论和新方法。本文在不同的地方多次谈到了本文介绍的研究工作的意义。

7.3. 作者是否做到了“将经典力学方法与量子力学结合起来使用”？它的成功应用实例的数量能否多到排斥偶然性？

本文第 3 节介绍了经典力学与量子力学联合起来使用的两个计算事例。参考文献[8]介绍了这种联合的详细方法 (以氢分子为例)。参考文献【1,2】介绍了多个小型双原子分子的计算事例（都是联合经典力学和量子力学的计算事例）。参考文献【15】介绍了上百个原子（或原子实）的计算事例，它们都是确定性背景下的计算事例。同类型的成功计算事例的数量多于 3 个就能排除偶合因素。何况，我们为这种方法 提供了理论支持。例如，导出了可用于描述经典力学体系的薛定谔方程，建立了支持原子分子行星模型的环式电子结构模型。我们不完全否认现有的量子力学数学形式体系，只是建议改造现有的量子力学解释体系。因此，现的量子力学应用事例并不是本文结论的反例。这样，旧的量子力学理论不能作为否认本文理论的成功应用事例的标准。

不能用巧合来解释经典力学与量子力学联合起来使用的成功的应用事例。如果你想选择否定问题 7.3 的答案，你必须从逻辑上否认作者提供的计算方法存在逻辑错误。如果使用“不符合现有的物理学理论框架”来否认本文的结论，不是一种公正的方法。

7.4. 比较同一个体系的经典力学计算结果和量子力学计算结果，有什么意义？

在第 3 节中我们作了上述比较。如果经典力学计算结果与量子力学的计算结果一致，则可表明，引力势能薛定谔方程是正确的和有效的。还可表明，行星模型和确定性在量子力学中仍然有市场。将量子力学与经典力学联合起来使用显然是一种新的量子力学方法

7.5. 作者是怎么实现经典力学与量子力学结合起来使用的？

最为关键的是挣脱旧观念的束缚。如果不改变旧的观念，就很难搞出新东西。即使搞出了新的东西自己也不会相信（就像“普朗克搞出了能量不连续的观点，后来他自己也不相信”的情况一样）。如果不冲破旧观念的束缚，接受别人搞出的新东西的难度就更大了。这是人类历史反复讲明了的现象。我们建立的新的观念是“引力势能薛定谔方程可以用来描述经典的宏观体系”。这导致经典力学与量子力学可以兼容。换言之，建立了经典力学与量子力学之间的桥梁。错踪复杂的物理实在或客观实在兴有统一的公理（它们之间没有绝对的界限和冲突）。我们使用环式电子结构模型从而让行星模型复活（不完全排斥行星模型）。我们为所描述的束缚体系建立了经典电动力学平衡结构。利用理论和应用事例证明了氢原子的薛定谔方程也就可以用来描述行星模型氢原子。只要改变“微观体系中，不确定性是绝对的”的观念（即，r 可取定值），$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi-\frac{Ze^2}{r}\psi=E\psi$这个方程就可以用来描述波尔氢原子（行星模型氢原子）。具体地说，即使是微观体系，不确定性的选择也是有条件的（在一定条件下可以选择确定性. 即根据目的或条件来选择确定性和不确定性）。我们创立的电子结构模型是建立行星模型微观体系的需要。可以为本文标题所说的那种结合使用提供方便（详见本文第（4）节及参考文献[8,14]）。

公平正直的读者完全可以自己重复这种计算方法。

7.6. 现有的物理学理论是否存在重大失误？现在是否仍然存在一些未解之谜？

只要现在科学理论的发展没有走到尽头，上面的问题的答案就是肯定的。这样，我们否认新的观点、理论和观念必须慎重。在这里，我们只关心“现有的物理学天空有没有乌云？”别的不说，电子自旋磁矩的来源问题（电子自旋的具体形式问题）就没有解决。这就是物理学上空中的一朵乌云。能驱散这朵乌云的新观点和新理论应该受到重视。

7.6. 经典力学与量子力学可以结合起来使用的结论与当年能量变化不连续（能量量子化）的结论有什么相似的地方？

“经典力学与量子力学能否联合起来使用”与当初的黑体辐射的长波公式与短波公式能否结合起来（将二者作插值处理）确实有得一比。维恩及瑞利-金斯分别提出了不同频率段的黑体辐射公式。在普朗克之前，没有人想到二者可以联合起来（即，没有人想到在二者之间实行插值）。在本文作者之前，也没有人想到可以将量子力学与经典力学联合起来使用。本文搞的“联合”与普朗克的联合（在二者之间插值）在形式上很相似。普朗克插值的结果及对该结果的解释（能量量子化），是全新的观点，具有重要意义。本文作者也对联合使用经典力学与量子力学的结果作出了解释，该解释就是量子力学与经典力学可以兼容，确定性在微观世界仍然有一定的市场。这种解释也是全新的观点。就是说，在观点的新颖性方面，本文作者的行为与普朗克当年的行为有相似之处。

在科学领域中，二者引起的最初的反响（未被及时地广泛接受）也是极为相似的。在普朗克提出能量量子化观念之初，物理学界基本上是否认的。 包括普朗克本人都极力否认能量量子化。只是后来大家才慢接受了这相新观念。对于“经典力学与量子力学可以联合起来使用”的新观点，目前也是否定它的人数大大多于肯定它的人数。

7.7. 是否可以保留量子力学数学形式体系而仅改造量子力学解释系统？

谁也不能否认，在科学界，对量子力学解释体系不满的人数远远多于对量子力学数学形式体系不满的人数。这一现象为改造量子力学解释体系而保留量子力学数学形式体系提供了土壤。

承认可以将经典力学和量子力学联合起来使用“”就承认了量子力学方法及量子力学数学形式体系仍然可用。这只能为“更改旧的量子力学解释体系”留有余地。第一种方法：使用三维薛定谔方程，其中的球体半径 r 取从零到无穷大的不确定值。然后求方程的解。这是不确定性背景下的量子力学数学体系中的方法。第二种方法：使用一维薛定谔方程，其中的相互作用距离 r 取确定的单一值。然后求解薛定谔方程。这仍然是量子力学数学形式体系中的方法，不过已经是确定性背景下的量子力学方法,可以使用行星模型和经典力学。从第一种方法到第二种方法只是改变了旧的量子力学解释。可见，本小节的题名中的问题的答案是肯定的。从数学的角度看，第一种方法和第二种方法是纯数学上的待选择对象。我们可以根据需要来选择（不能从纯数学的角度排除其中一种而选择另一种）。从物理学的角度看（即，从实在性的角度看），经典力学与量子力学不同，不等于它们之间格格不入（存在不可调和的矛盾）。如果你想否认经典力学与量子力学格格不入，必须证明薛定谔方程中不可使用经典电动力学中的势能函数和引力势能函数。或者证明薛定谔方程中的质量 m 必须小于一个规范限。

7.8. (1) 式和 (2) 式哪个更正确？7.9. Which is more correct, equation (1) or equation (2)?

(1) 式是大家熟悉的一维薛定谔方程。它的第一项与（2）式的第一项不一样。这两个第一项应该有一个是错误的。下面，我们以氢原子为例在第三节的基础上再分析。令（1）式的等号右边等于 $E\psi$可得：$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi - \frac{Ze^2}{r}\psi = E\psi$。这也就是氢原子薛定谔方程。其行星模型背景下的解是$-$1312 KJ/mol（这也是氢原子的基态能量）。令（1）式的左边也等于 $E\psi$，可得 $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = E\psi$。只有这两个 E 相等，才能表明在实际应用中（1）式成立。否则，（1）式就是错误的。通过计算 $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = E\psi$ 中的偏微分，可得 E= hν.对于作束缚运动的电子而言，$\upsilon = \lambda\nu$, $\lambda = h/m_e\upsilon$. 这样，E= $h\nu$ = $m_e\upsilon^2$= 2624 KJ/mol。根据玻尔当初计算氢原子的方法也可以得到相同的结果。 (1) 式的左边不等于右边（且是符号和大小都不相同）。可见，（1）式是错误的，而第三节的计算表明，（2）式是可用的。

7.9. 为什么“引力势能薛定谔方程及其意义”和“能将经典力学与量子力学联合起来使用的方法”都难以被学界接受？

人类和人类社会都有一种思维惯性。这种惯性导致新的东西被接受有一个比较艰难的过程。对于人类来说，会不自觉地维护已经接受了的东西。深度的“相信”还会产生信仰。一旦产生了信仰，难免感情用事。由于现有的量子力学解释体系以及“量子力学与经典力学不兼容”的观念已经被广泛接受，“与这些已经被广泛接受的东西不符的新观念遇到暂时的信任危机”很正常。

新的理论或新观点在诞生之初遭到排斥和打压的事例在历史上层出不穷。哥白尼的地心说的传播史就是一部血泪史。黎曼几何诞生之初的研究成果也遭到了严重打压，著名的期刊都拒绝发表，只有名为克列尔的数学杂志顶住了巨大的压力而持续发表“介绍黎曼几何研究成果的文章”。普朗克提出的能量量子化概念，在最初的 5 年时间里没有受到重视。在这之后的 10 多年时间里，普朗克后悔当初的“能量的变化不 连续”的提法，在很多场合还极力掩饰这种能量不连续的假设。它作了近 7 年的努力，希望将这一假设消灭掉。在当时，普朗克自己对自己的创新性成果的态度就这样，正统理论物理学家对这种量子化假设的看法就更糟了。本文介绍的研究成果就是冲击现有的物理学理论框架的。可以预测它在提出后的 5 年时间里的受到的待遇（是没有被广泛认可）。

参考文献

1. Runsheng Tu. (2024). A review of research achievements and their applications on the essence of electron spin. ***Advances in Theoretical & Computational Physics*.7(4): 01-19. DOI: https://dx.doi.org/10.33140/ATCP.07.04.10**

2. Runsheng Tu. (2014). Some Successful Applications for Local-Realism Quantum Mechanics: Nature of Covalent-Bond Revealed and Quantitative Analysis of Mechanical Equilibrium for Several Molecules. *Journal of modern physics*. 5(6).

3. Tu, R. (2024). Establishing the Schrödinger Equation for Macroscopic Objects and Changing Human Scientific Concepts. *Advances in Theoretical & Computational Physics*, 7(4), 01-03.

4. Tu, R. (2025). Research Progress on the Schrödinger Equation of Gravitational Potential Energy. *Adv. Theo. Comp. Phy*, 8(1), 01-07.

5. Runsheng Tu. (2025). Research Progress on the Schrödinger Equation that Can Describe the Earth's Revolution and its Applications, London Journal of Research in Science: Natural & Formal. 25(1): 27-38.

6. Tu, R. (2025). A New Theoretical System Combinating Classical Mechanics and Quantum Mechanics. *Adv Theo Comp Phy*, 8(2), 01-06.

7. Tu. R. (2025). Schrödinger-Tu Equation: A Bridge Between Classical Mechanics and Quantum Mechanics. Int J Quantum Technol, 1(1), 01-09.

8. Runsheng Tu. (2018). Quantum Mechanics' Return to Local Realism, *Cambridge Scholars Publishing*.

9. Tu, Runsheng. (2024). Solving the problem of source of electron spin magneticmoment. *Physical Science International Journal*. 28(6): 105-110. DOI: https://doi.org/10.9734/psij/2024/v28i6862

10. Tu, R. (2024). A Wave-Based Model of Electron Spin: Bridging Classical and Quantum Perspectives on Magnetic Moment. *Adv. Theo. Comp. Phy*, 7(4), 01-10.

11. Tu, R. (2024). Progress and Review of Applied Research on New Theory of Electronic Composition and Structure. *Infinite Energy*. 167:35-51.

12. Alvaro Garcia Lopez. (2020) *On an electrodynamic origin of quantum fluctuations* . arXiv：2001.07392v4**.**

13. The nature of the electron (2005) *Qiuhong Hu.* arXiv：physics/0512265v1.

14. An explanation of the electron and its wavefunction (2020) Jean Louis Van Belle. arXiv：1707.08674v2 **.** Quantum Studies： Mathematics and Foundations. DOI: https://doi.org/10.1007/s40509-017-0152-8

15. Tu, Runsheng. (2016). Principle and application of experimental method for measuring the interaction energy of electrons in atoms. *International Academic Research Report*. 2(8): 187-200.

16. Lee Billings. (2025) Quantum Physics Is on the Wrong Track, Says Breakthrough Prize Winner Gerard 't Hooft. Breakthrough Prize Winner Gerard 't Hooft Says Quantum Mechanics Is 'Nonsense' | Scientific American.

https://www.scientificamerican.com/article/breakthrough-prize-winner-gerard-t-hooft-says-quantum-mechanics-is-nonsense/

17. Sean Carroll. (2025) Why even physicists still don't understand quantum theory 100 years on. Nature. 638 , 31-34. doi: https://doi.org/10.1038/d41586-025-00296-9

18. Runsheng Tu. (2025). A New Theoretical System Combinating Classical Mechanics and Quantum Mechanics. Adv Theo Comp Phy, 8(2), 01-06. https://doi.org/10.33140/ATCP.08.02.01

附录 A．引力势能薛定谔方程的导出

对于理想的行星式运动体系，行星的动量、动能、势能有几种表达方式。只要保证不同表达方式的相同物理量的值相同就可以了。下面，我们在一个表格中列出了一个行星体系中的这些关系。

表 S1．行星、行星体系的能量、动量、速度的几种表达方式

内容	行星速度, υ	动量, p	动能, E_k	势能, V	体系总能量, $E_{总}$
经典力学表示	υ	$m\upsilon$	$\frac{1}{2}m\upsilon^2$	$-\frac{GMm}{r}=-\ m\upsilon^2$	$-\frac{1}{2}m\upsilon^2$
德布罗意波表示德布罗意波表示	$\upsilon=\lambda\nu_{\mathrm{d}}=\frac{E_k}{p_d}$, $\upsilon=E_k/m\upsilon$	$\frac{h}{\lambda_d}$	$\frac{1}{2}h\nu_{\mathrm{d}}$	$-h\nu_{\mathrm{d}}$	$-\frac{1}{2}m\upsilon^2=-\frac{1}{2}h\nu_{\mathrm{d}}$

从表 S1 可以看出，存在下面的关系：

$$m\upsilon^2 = h\nu. \qquad (S1)$$

由于删除下标对理解后面的内容影响很小，因此，下面我们省略物理量符号折下标。

在量子化学中，氢原子的薛定谔方程为$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi-\frac{Ze^2}{r}\psi=E\psi$. 这是薛定谔当初根据直觉而选择的量子力学基本方程。将该方程中的势能函数更换为束缚体系中的引力势能函数，可得到可描述的行星公转的宏观体系薛定谔方程。

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi-\frac{GMm}{r}\psi=E\psi. \qquad (S2)$$

式中的 E 是束缚态行星体系的能量（不包括与行星质量相当的能量 m_0c^2. 在这一点上与氢原子的薛定谔方程相同）。正文第 3 节表明，薛定谔方程中的波函数不再是完全凭直觉选择的，而是与电子的组成及其波函数的本体有关。根据经典力学和维理定理和 S1 中的取值而计算（S2）式，可得到"行星模型中，理想的束缚态体系的总能量为 $E=-\frac{1}{2}m\upsilon^2$ "。只要这样的束缚体系的状态不变，其总能量也不会变（仍然是$-\frac{1}{2}m\upsilon^2$）。为了建立"时间变而体系的状态不变"的定态薛定谔方程（其中必须含有波函数对时间的偏导数$\frac{\partial}{\partial t}\psi$这一项），我们假定

$$f(x,t)\frac{\partial}{\partial t}\psi=E\psi. \qquad (S3)$$

求出函数项 $f(x,t)$ 的具体形式并联立（S2）式和（S3）式就能达到目的。将 $E=-\frac{1}{2}m\upsilon^2$代入（S3）式并考虑到（S1）式和$\frac{\partial}{\partial t}\psi=-i2\pi\nu\psi=-i\frac{h\nu}{\hbar}\psi$, 我们可以得到：$f(x,t)=-\frac{1}{2}h\nu\psi\div\left(-i\frac{h\nu}{\hbar}\right)\psi$ 及 $f(x,t)=-\frac{i\hbar}{2}$. 于是，理想的行星体系的定态薛定谔方程为

$$-\frac{i\hbar}{2}\frac{\partial}{\partial t}\psi=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi-\frac{GMm}{R}\psi. \qquad (S4)$$

$$-\frac{i\hbar}{2}\frac{\partial}{\partial t}|\psi\rangle=\widehat{H}|\psi\rangle. \qquad (S5)$$

在 (S5) 式中，$V=-\frac{GMm}{r}$. 这一点与同形式的薛定谔方程中的 $V=-\frac{Ze^2}{r}$不同。(S4) 式中的$-\frac{i\hbar}{2}$也与原薛定谔方程中的$\hbar$不同。

由于作者的认识不足（对德布罗意波与波函数的本体之间的关系认识不足），参考文献 [4] 中的导出过程多少有一些问题。请读者以本文中的附录 A 中的导出结果为准。